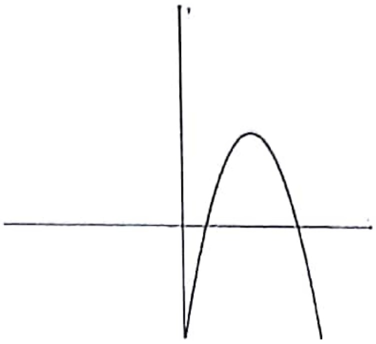
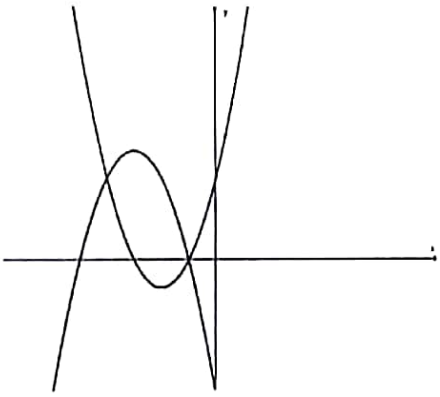
עבודת קיץ לבוגרי כיתה ט' תשע"ב

לקראת הלימודים ברמת 5 יחידות לימוד

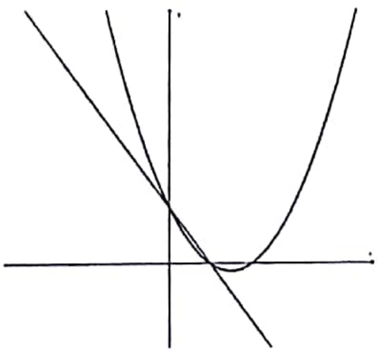
פונקציות



1. נתונה הפונקציה: $f(x) = -(x-3)^2 + 4$
   א. תנו דוגמה של פונקציה קבועה שחותכת את גרף הפונקציה f בשתי נקודות.
   ב. רשמו את שתי נקודות החיתוך של הפונקציה הריבועית f והפונקציה הקבועה.



2. א. חשבו את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות:
   $f(x) = (x+2)^2 - 1$ ו- $g(x) = -(x+3)^2 + 4$
   ב. קבעו באיזה תחום $f(x) < g(x)$



3. א. חשבו את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות:
   $f(x) = x^2 - 3x + 2$ ו- $g(x) = -2x + 2$
   ב. קבעו באיזה תחום $f(x) > g(x)$

4. נתונה הפרבולה $y = (2 - x)(x + 7)$

א. מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר x

ב. באיזה תחום הפונקציה חיובית?

ג. כתבו את פונקציית הקו הישר העובר דרך קדקוד הפרבולה הנתונה ונקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר y.

5. גרף הפונקציה $h(x)$ נוצר על ידי הזזת הפונקציה $f(x) = x^2$.

נקודות האפס של הפונקציה (נקודות חיתוך עם ציר ה- x) הן $(2,0)$ ו $(8,0)$ וקדקוד הפרבולה $h(x)$ מונח על הישר $y = -9$.

א. מהם שיעורי הקדקוד של הפרבולה $h(x)$?

ב. רשמו את משוואת הפרבולה $h(x)$.

ג. סרטטו את גרף הפונקציה $h(x)$.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $h(x)$.

ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

ו. בכמה יחידות יש להזיז את הפרבולה $h(x)$ כלפי מעלה, כדי שתתקבל פרבולה שיש לה נקודת אפס אחת? מהם שיעורי נקודת האפס הזו?

6. נתונה המשוואה $t^2x^2 - 9x + 9 = 0$ (t פרמטר)

שימו לב – הסעיפים הבאים **אינם** קשורים זה לזה.

א. מה צריך להיות הערך של t כך שלמשוואה יהיה פתרון ממשי **יחיד**? נמקו.

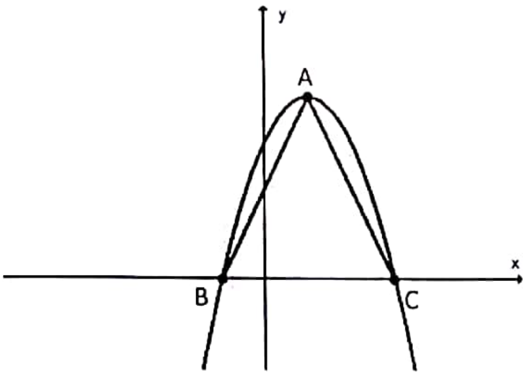
ב. הציבו $t = -2$ כמה פתרונות יש למשוואה?

ג. ידוע כי ציר הסימטריה של הפרבולה הוא $x = 4.5$ מצאו את קודקוד הפרבולה ואת סוגו (מינימום או מקסימום).

ד. מה צריך להיות הערך של t על מנת שלמשוואה יהיו אותם פתרונות כמו למשוואה $x^2 - x + 1 = 0$?

7. נתון גרף הפונקציה $y = -x^2 + 2x + 3$,

הנקודה A היא נקודת הקדקוד, הנקודות B, C הן נקודות החיתוך עם ציר x.



א. כתבו את משוואות הקווים הישרים שעליהם

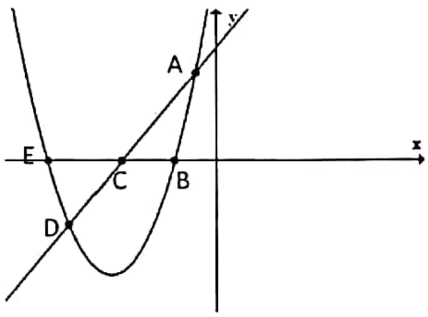
מונחים הקטעים AB ,AC

ב. איזה סוג משולש הוא משולש ABC? נמקו.

ג. חשבו את שטח המשולש ABC.

8. נתונות הפונקציות $f(x) = x^2 + 10x + 16$

$g(x) = 2x + 9$. הגרפים של הפונקציות משורטטים.



א. שרטטו משולש ABC וחשבו את שטחו.

ב. שרטטו משולש DEC וחשבו את שטחו.

ג. חשבו את שטח המרובע ABDE

ד. מצאו את משוואת הקו הישר העובר דרך

הנקודות D ו- B.

ד. מצאו את התחום המשותף בו $f(x) < 0$ וגם $g(x) < 0$

9. נתונה הפונקציה: $y = a(x - 3)^2 + k$

הציבו במקום הפרמטרים a ו- k ערכים לפי התנאים הבאים: (יש יותר מאפשרות אחת)

א. לפונקציה נקודת מקסימום והיא חותכת את ציר x בשתי נקודות שונות

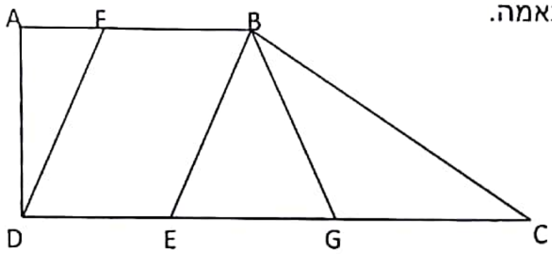
ב. לפונקציה נקודת מינימום והיא אינה חותכת את ציר x

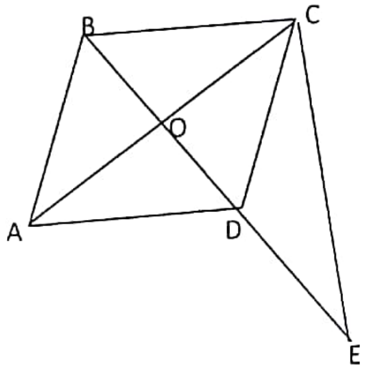
ג. לפונקציה נקודת מינימום והיא חותכת את ציר y בנקודה $(0, -1)$

ד. לפונקציה נקודת מקסימום והיא משיקה לציר x בנקודה אחת.

גיאומטריה

21. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית (AB || CD, ∢A = 90°)
E ו- F הן נקודות על הצלעות DC ו- AB בהתאמה.
נתון: DF || EB
EB ⊥ BC
הנקודה G היא אמצע הקטע EC
הוכיחו:
א. △AFD ~ △BEC
ב. BE חוצה זווית ABG





22. המרובע ABCD הוא מעוין.
משולש ABD הוא משולש שווה שצלעות
הנקודה E על המשך האלכסון DB כך ש DE = DB
א. הוכיחו CE ⊥ BC
ב. נתון 3 ס"מ = BO. חשבו את האורך של CE.

23. במשולש ABC, $BG \perp AC$

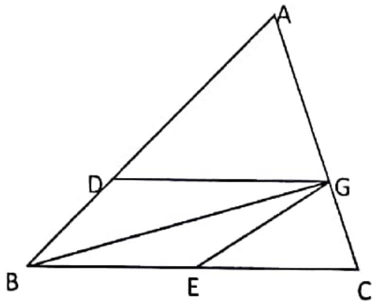
GE תיכון לצלע BC במשולש BGC

D נקודה על AB כך שמתקיים $\sphericalangle DGB = \sphericalangle EGB$

הוכיחו:

א. $DG \parallel BC$

ב. $\Delta ADG \sim \Delta ABC$

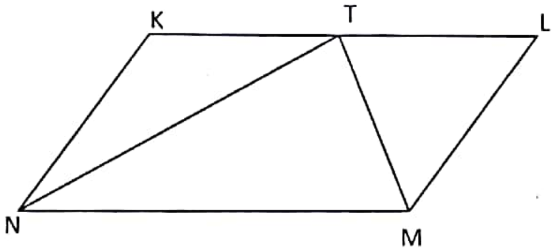


24. במקבילית KLMN, NT חוצה את הזווית N ונתון:

$\sphericalangle NTM = 80°$, $NT = NM$

א. חשבו את זוויות המקבילית

ב. הוכיחו כי TM חוצה את $\sphericalangle NTL$



25. המרובע ABCD מעוין. E נקודת הפגישה של האלכסונים.

EF תיכון לצלע CD.

א. הוכיחו: המרובע EBCF טרפז.

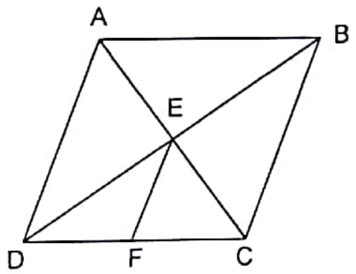
ב. נתון: $AC = 6$ ס"מ, $BD = 8$ ס"מ.

I. חשבו את שטח המעוין, הציגו את דרך החישוב.

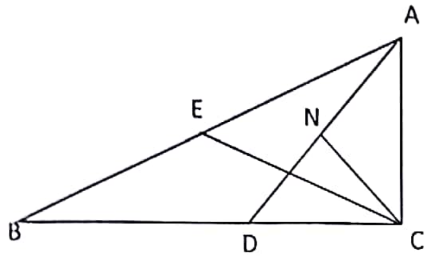
II. חשבו את היקף המעוין, הציגו את דרך החישוב.

III. היקף הטרפז הוא (סמנו את התשובה הנכונה): נמקו.

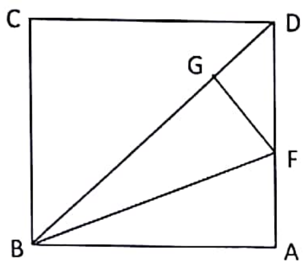
א. 10 ס"מ ב. 14 ס"מ ג. 24 ס"מ ד. 28 ס"מ



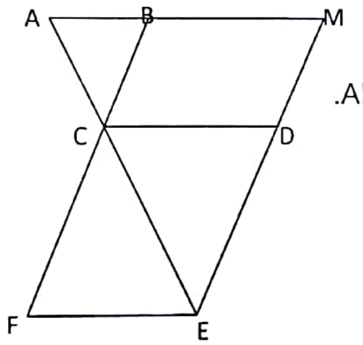
26. נתון: ∢ACB = 90°
BD = AD, NA = ND
CE תיכון ל- AB
הוכיחו: CE חוצה ∢NCD



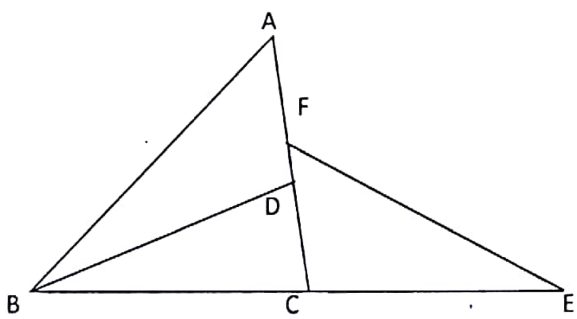
27. BD הוא אלכסון בריבוע ABCD.
הקטע BF חוצה את הזווית ∢ABD
הקטע FG מאונך לאלכסון BD
הוכיחו: GD = AF



28. נתון: CDEF מקבילית
הקטע CA הוא המשך CE, הקטע BC הוא המשך CF
הקטע DM הוא המשך DE החותך בנקודה M את המשך AB.
BC = AC ,CE = CF
הוכיחו: AMDC טרפז שווה שוקיים.
מצאו משולשים דומים ונמקו.



29. נקודה D נמצאת על הצלע AC של משולש ABC
כך ש- BC=BD .
הנקודה C היא אמצע הקטע BE.
נתון: EF=AB.
הוכיחו: <ABD=<CEF



נספח עבודת קיץ לתלמידים העולים לי' לקבוצת 5 יחידות לימוד בשנת תשע"ט

יש להגיש תרגילים אלו בנוסף לתרגילים המופיעים בקובץ "עבודת קיץ 5 יחל"

יש להגיש 6 תרגילים בלבד.

שאלות מילוליות (נספח)

6 מתוך 10

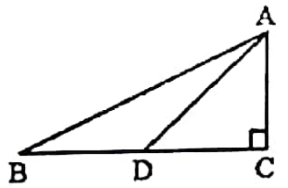
יש לענות על [redacted] השאלות הבאות:

1. בטורניר כדורגל בבית הספר "כיף-לי", שיחקה כל כיתה משחק אחד נגד כל אחת מהכיתות האחרות בבית הספר. בסך הכול התקיימו 21 משחקים.
כמה כיתות יש בבית הספר ?

2. עלות מרצה לקבוצת אנשים היא 2,000 ש"ח.
אם הקבוצה הייתה מונה 20 אנשים יותר,
העלות לכל אדם הייתה 50 ש"ח פחות.
כמה אנשים בקבוצה ומהי העלות לאדם ?

3. הולך רגל עבר מרחק של 20 קי"מ במהירות קבועה.
בדרכו חזרה הגדיל את מהירותו ב- 1 קמ"ש ולכן עבר את המרחק בשעה אחת פחות. חשבו את מהירותו הקבועה של הולך הרגל.

4. סכום אורכי הניצבים של משולש ישר-זווית ΔABC הוא 29 ס"מ. AD הוא תיכון לצלע BC ואורכו 13 ס"מ (ראו סרטוט).
חשבו את אורכי הניצבים AC ו- BC .



5. מחיר מוצר מסוים היה 50 ש"ח.
המוצר התייקר פעמיים : בפעם הראשונה ב- x אחוזים ובפעם השנייה ב- $(x+10)$ אחוזים. מחירו הסופי של המוצר היה 78 ש"ח.
חשבו את ערכו של x .

6. מחירו של מוצר היה 8 ש״ח. לאחר שהמוצר הוזל באחוז מסוים ואחר-כך התייקר באותו האחוז, היה מחירו 7.92 ש״ח.
בכמה אחוזים הוזל המוצר בהתחלה ?

7. חברת טיולים משווקת חבילות תיור לקבוצות מאורגנות.
אם קבוצת מטיילים מונה 50 מטיילים, משלם כל אחד מהמטיילים 600 ש״ח.
על כל מטייל שנוסף ל- 50 המטיילים הראשונים, משלם כל אחד מהמטיילים 5 ש״ח פחות. קבוצת מטיילים מסוימת שילמה 32,480 ש״ח.
כמה מטיילים היו בקבוצה ?

8. רכבת עוברת מדי יום מרחק של 300 ק״מ במהירות קבועה.
יום אחד הקטינה הרכבת את מהירותה ב- 40 קמ״ש, לכן נסעה שעתיים יותר כדי לעבור את המרחק הנ״ל.
חשבו את מהירותה הקבועה של הרכבת.

9. רוכב אופניים רוכב בדרך-כלל במהירות קבועה מעיר אחת לעיר אחרת, הנמצאת במרחק של 180 ק״מ ממנה. פעם רכב רוכב האופניים 4.5 שעות במהירותו הרגילה, ואחר-כך רכב במהירות גבוהה יותר (קבועה אף היא), ולאחר 6 שעות במהירות הגבוהה הגיע ליעדו. לו היה רוכב כל הדרך במהירות הגבוהה, היה מקצר את זמן הנסיעה בשעה ו- 15 דקות לעומת הזמן הרגיל. מצאו את המהירות הרגילה ואת המהירות הגבוהה של רוכב האופניים.

10. שתי פלוגות חיילים יצאו באותו זמן והלכו מבסיס צפוני לבסיס דרומי, הנמצא במרחק 39 ק״מ מהבסיס הצפוני. הפלוגה הראשונה הגיעה לבסיס הדרומי 48 דקות לפני שהפלוגה השנייה הגיעה אליו. נתון שבזמן שהפלוגה הראשונה עברה 15 ק״מ, עברה הפלוגה השנייה רק 13 ק״מ. מצאו את המהירויות של כל אחת מהפלוגות.

נספח עבודת קיץ לתלמידים העולים לי' לקבוצת 5 יחידות לימוד בשנת תשע"ט

יש להגיש תרגילים אלו בנוסף לתרגילים המופיעים בקובץ "עבודת קיץ 5 יחל"

טכניקה אלגברית (נספח):

1. בתוך כל מלבן רשום ביטוי המבטא את שטחו.

לכל מלבן הציעו ביטויים אפשריים לייצוג אורך צלעותיו.

א. $x^2 - 4$

ב. $a^2 - 25$

ג. $4y^2 - 100$

ד. $9k^2 - 36$

ה. $x^2 + 3x$

ו. $25m^2 - 4$

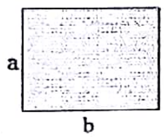
ז. $8x^2 + 6x$

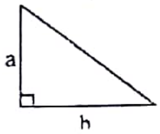
.2

נתון: $(a+b)^2=196$, $(a-b)^2=4$

א. מצאו את שטח המלבן שאורכי צלעותיו הם a ו-b, בלי לחשב את ערכי a ו-b.

ב. מצאו את אורך היתר של משולש ישר-זווית שאורכי ניצביו הם a ו-b, בלי לחשב את ערכי a ו-b.





3. פתרו את האי-שוויונות הריבועיים הבאים. יש להגיש 6 סעיפים בלבד.

(א) $x^2 \ge 16$ (ב) $6x \ge 2x^2$

(ג) $x^2 - x - 6 \le 0$ (ד) $5 - x^2 - 4x > 0$

(ה) $x(x-3) < 4$ (ו) $\frac{x^2}{3} \ge \frac{x-1}{2} + 2$

(ז) $\frac{x^2-4}{6} - \frac{3x+2}{2} < \frac{x}{4} - 6$ (ח) $3(x-1)^2 < (2x-1)(x-2)$

(ט) $(2x-3)^2 - (x^2-1) > -2$ (י) $(3x-1)^2 \le 4x^2$

4. פתרו את המשוואות הריבועיות הבאות: יש להגיש 6 משוואות בלבד.

(א) $\frac{2-6x}{x^2-7x} = \frac{1+7x}{3x-21}$

(ב) $\frac{3x+2}{3x-2} - \frac{4x}{9x^2-4} = 1 + \frac{5x-4}{3x+2}$

(ג) $\frac{2}{x-6} - \frac{3}{3x+18} = \frac{x^2+4x}{x^2-36}$

(ד) $\frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x+2} = \frac{3x-6}{x^2+x-2}$

(ה) $\frac{3}{x^2-8x+7} + \frac{4}{7-x^2+6x} = \frac{x-9}{x^2-1}$

(ו) $\frac{5-x}{x^2-4x+4} - \frac{x-1}{x^2-4} = 0$

(ז) $\frac{x}{x^2-6x+9} + \frac{1}{x-3} = \frac{3x-8}{x^2-3x}$

(ח) $\frac{7}{10x-5} + \frac{3}{4x^2-1} + \frac{5}{6x+3} = 1$

(ט) $\frac{x^2}{x^2-16} - \frac{4}{3x-12} = \frac{1}{3} - \frac{x}{x+4}$

(י) $\frac{x^2}{x^2-4} - \frac{11}{5x-10} = \frac{1}{5} - \frac{x}{x+2}$