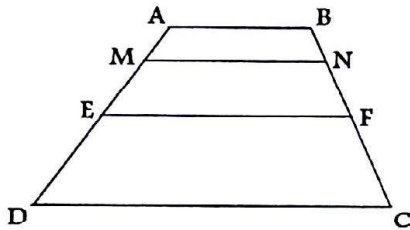
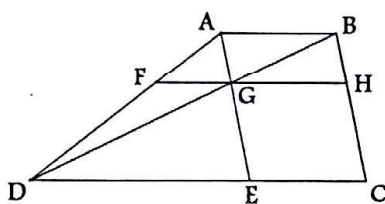


תרגילים - פרופורציה ודמיון במצולעים - ללא מעגל

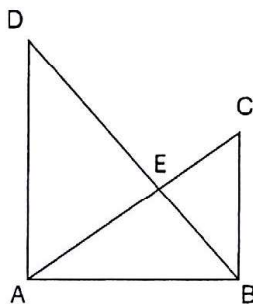
התרגילים הבאים כוללים שילוב אינטגרטיבי של משפטי הדמיון, משפט תאלס והרחבותיו, משפט חוצה הזווית במשולש ומשפטי הפרופורציות במשולש ישר זווית.



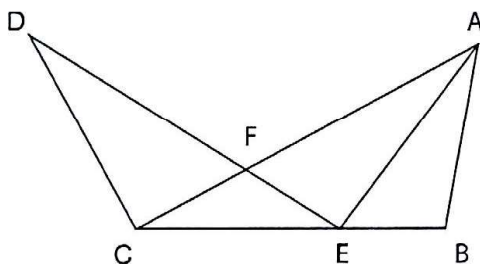
1. בטרפז ABCD הישרים EF ו-MN מקבילים לבסיסים. נתון: $AB=BC=12$ ס"מ, $DC=24$ ס"מ, $AD=18$ ס"מ, $AM=3$ ס"מ, $CF=6$ ס"מ. חשב את:
 - א. אורכי הקטעים EF ו-MN.
 - ב. היחס בין שטחי הטרפזים ABMN ו-MNFE.



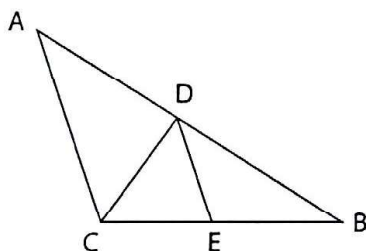
2. בטרפז ABCD הישר FH מקביל לבסיסים. נתון: $AE \parallel BC$.
 - א. הוכח:
 - (1) $BH \cdot DE = CH \cdot CE$
 - (2) $\frac{AB}{DE} = \frac{AF}{DF}$
 - ב. מעבירים את הישרים AC ו-FE. הוכח: $FE \parallel AC$.



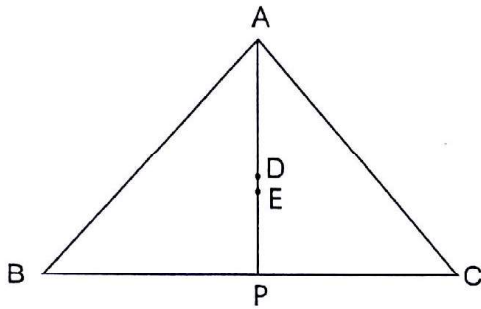
3. בשרטוט נתון: $AD \perp AB$, $BC \parallel AD$, $BD = 100$ ס"מ, $AC = 75$ ס"מ.
 - א. הצלע AD ארוכה ב-35 ס"מ מהצלע BC. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle ABD$ (הדרכה: השתמש בשני נעלמים בצלעות).
 - ב. חשב את הזווית $\angle BEC$.
 - ג. חשב את אורכי הקטעים:
 1. BE.
 2. AE.



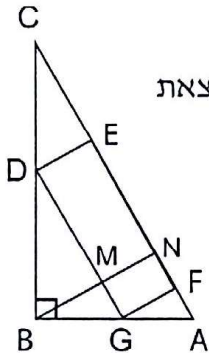
4. בשרטוט נתון: AE חוצה את הזווית $\angle BAC$, $AB = 2BE$, $BC = 28$ ס"מ, $AC = 40$ ס"מ, $DE = 50$ ס"מ.
 - א. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle ECD$.
 - ב. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle EFC$.
 - ג. חשב את היקף משולש $\triangle EFC$.



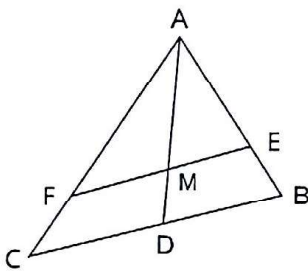
5. במשולש $\triangle ABC$ הישר CD הוא חוצה הזווית $\angle ACB$. הישר DE מקביל לצלע AC.
 - א. הוכח: $BC \cdot CE = AC \cdot BE$.
 - ב. נסמן: $BE = m$, $AC = 2m$. הבע באמצעות m את אורך DE.
 - ג. הוכח: $AB \perp CD$.



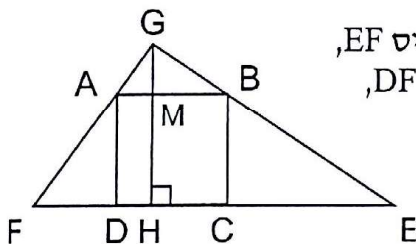
6. במשולש $\triangle ABC$ שווה השוקיים שהיקפו 96 ס"מ, הגובה AP יורד מקודקוד הראש A. במשולש $\triangle ABC$, יוצאים מהנקודה B חוצה זווית ותיכון, אשר חותכים את הגובה AP בנקודות D ו-E בהתאמה.
נתון: $AC = 30$ ס"מ.
א. חשב את שטח המשולש $\triangle BDE$.
ב. הנקודה K נמצאת על AB. הנקודה M נמצאת על BP. נתון ששטח המשולש $\triangle BKM$ גדול ב-50% משטח המשולש $\triangle AKM$. הוכח: $\triangle AKD \sim \triangle APB$.



7. במשולש $\triangle ABC$ ישר הזווית ($\angle ABC = 90^\circ$) חסום המלבן DEFG. הנקודה N נמצאת על הצלע AC כך שהישר BN חותך את הצלע DG בנקודה M. הקטע MN מקביל לקטע DE. נתון: $BM = 2DE$, $AF = 4.5$ ס"מ, EF ארוך ב-17 ס"מ מ-CE.
א. חשב את אורך היתר AC.
ב. נתון: שטח המלבן DEFG הוא 150 סמ"ר. חשב את שטח המשולש $\triangle ABC$.
ג. חשב את שטח המשולש $\triangle ACD$.

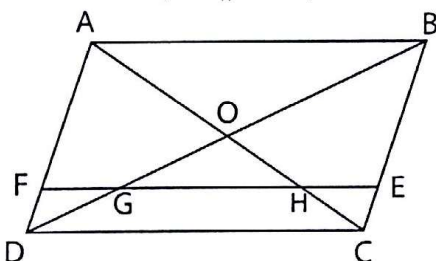


8. במשולש $\triangle ABC$ הישר EF מקביל לצלע BC. התיכון AD חותך את EF בנקודה M. שטח הטרפז BDME גדול ב-25% משטח המשולש $\triangle AME$.
א. הוכח: התיכון היוצא מהקודקוד C עובר דרך הנקודה M.
ב. הוכח: $ME = MF$.
ג. קבע איזה מבין השטחים גדול יותר: שטח המשולש $\triangle BCM$ או שטח המשולש $\triangle AFM$. נמק.

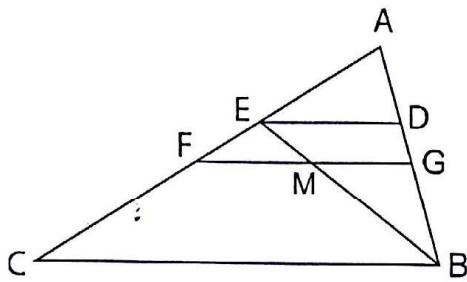


9. במשולש $\triangle EFG$ חסום הריבוע ABCD. הישר GH הוא הגובה לבסיס EF, והוא חותך את הצלע AB בנקודה M. נתון: $CE = 6$ ס"מ, $DF = 2$ ס"מ, $MG = 2$ ס"מ. חשב את שטח: $\triangle ABCD$.
א. הריבוע ABCD.
ב. המשולש $\triangle CEM$.

10. במקבילית ABCD ששטחה 180 סמ"ר האלכסונים נחתכים בנקודה O. נתון: $OH = 2CH$, $AB \parallel EF$.



- א. הוכח: אלכסוני המקבילים מחלקים אותה לארבעה משולשים ששטחם שווה.
ב. חשב את שטח:
1. המשולש $\triangle CDO$.
2. המשולש $\triangle GOH$.
3. הטרפז CDGH.



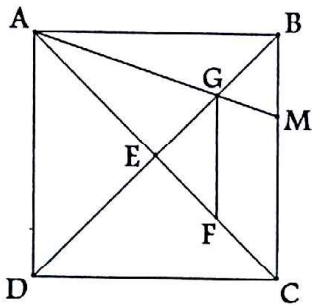
21. במשולש $\triangle ABC$ הישר FG הוא קטע אמצעים והישר DE מקביל לצלע BC . הישר BE חוצה את הזווית $\angle ABC$.

א. הוכח: $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{BD}$.

ב. נתון: $AB = FG$. נסמן: $CF = a$.

הבע באמצעות a את אורך AE .

ג. דרך הנקודות A ו- M מעבירים ישר החותך את הצלע BC בנקודה N . הוכח: $\angle BMN = 90^\circ$.



22. נתון הריבוע $ABCD$ שאורך צלעו a . הישר AM חותך את האלכסון BD

בנקודה G . נתון: $GF \parallel BC$, F אמצע CE .

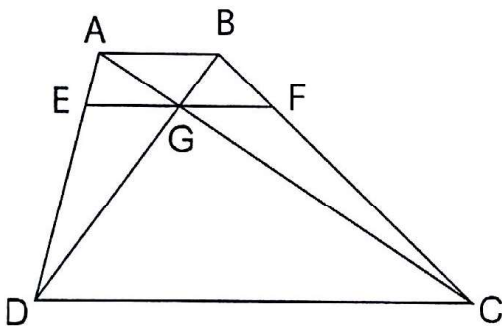
א. הוכח: הנקודה G היא אמצע BE .

ב. הבע באמצעות a את אורכי הקטעים FG ו- CM .

ג. נתון ששטח המשולש $\triangle BGM$ הוא 6 סמ"ר.

חשב את שטח המשולש $\triangle ADG$.

ד. חשב את ערכו של הפרמטר a ואת שטח הריבוע $ABCD$.



23. אלכסוני הטרפז $ABCD$ נחתכים בנקודה G , ודרכה עובר

הישר EF המקביל לבסיסי הטרפז.

א. הוכח: $GE = GF$.

ב. נתון: $AB = a$, $CD = 4a$.

חשב את יחס השטחים: $\frac{S_{\triangle CFG}}{S_{\triangle AEG}}$.

ג. נתון: $EF = 16$ ס"מ. שטח הטרפז 250 סמ"ר.

חשב את גובה הטרפז.

24. על צלעות המשולש $\triangle ABC$ שווה השוקיים ($BC = AC$) בנו את הריבועים $ACED$ ו- $ABGF$. אלכסוני

הריבועים נחתכים בנקודות O_1 ו- O_2 כמתואר בשרטוט. נסמן: $AB = 2b$, $AC = BC = 2a$.

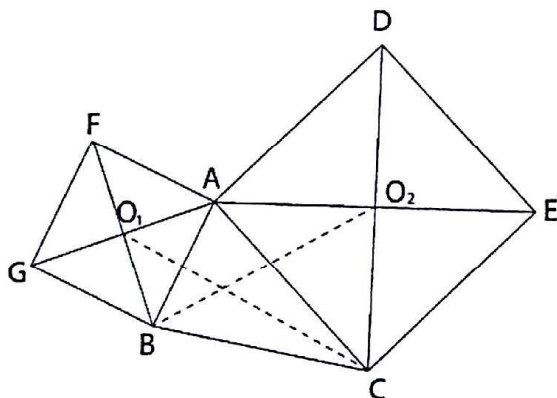
א. הוכח: $\triangle ABO_1 \sim \triangle ACO_2$.

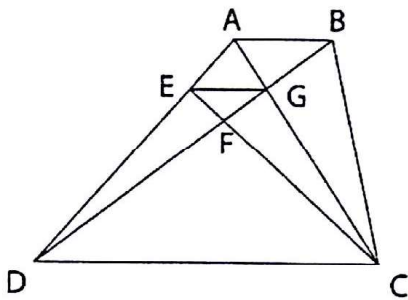
ב. היקף המשולש $\triangle ABC$ הוא 16 ס"מ.

שטח המשולש $\triangle ACO_2$ גדול פי 2.25 משטח

המשולש $\triangle ABO_1$. חשב את אורך הצלע BC .

ג. חשב את אורך הקטע CO_1 .



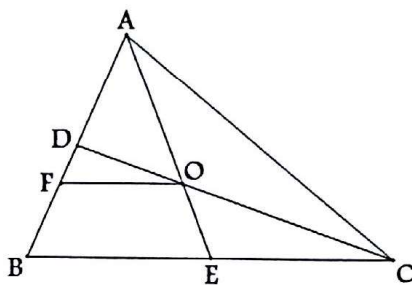


25. בסיסי הטרפז ABCD מקבילים לישר EG. נתון: $CD=3AB$. אלכסוני הטרפז CDEG נחתכים בנקודה F.

א. חשב את היחס $\frac{EF}{CF}$.

ב. נתון: $BD=40$ ס"מ. חשב את אורך הקטע DF.

ג. חשב את יחס השטחים: $\frac{S_{CDEG}}{S_{\triangle ABG}}$.



26. במשולש $\triangle ABC$ נפגשים התיכונים AE ו-CD בנקודה O. נתון: $FO \parallel BC$.

א. חשב את היחסים: $\frac{AD}{FB}$ ו- $\frac{DF}{AB}$.

ב. נתון ששטח המשולש $\triangle DFO$ הוא 10 סמ"ר. חשב את שטח:

1. המשולש $\triangle OEC$.

2. הטרפז FOEB.

פתרונות:

- (3) ב. 90° . ג. 1. 36 ס"מ. 2. 48 ס"מ.
(6) א. 9 סמ"ר.
(8) ג. שטח המשולש $\triangle BCM$.
(12) א. 2. ב. 80 סמ"ר.
(14) א. 9 ס"מ. ב. 12 ס"מ.
(16) א. 0.8. ב. 30 ס"מ.
(18) א. 12 ס"מ. ב. 36 סמ"ר. ג. 6 ס"מ.

- (1) א. 14 ס"מ MN , 18 ס"מ EF . ב. 32:13.
(4) ג. 42 ס"מ. (5) ב. m.
(7) א. 37.5 ס"מ. ב. 337.5 סמ"ר. ג. 112.5 סמ"ר.
(9) א. 16 סמ"ר. ב. 12 סמ"ר.
(10) ב. 1. 45 סמ"ר. 2. 20 סמ"ר. 3. 25 סמ"ר.
(11) א. 0.5. ב. 1. 60 סמ"ר. 2. 144 סמ"ר.
(13) א. 1. $10p$. 2. $6.7p$. ב. 2. ג. 1.2.
(15) א. 1. 2. 3. ב. 15 ס"מ. ג. 36 סמ"ר.
(17) א. 96 סמ"ר. ב. 16 סמ"ר. ג. $60^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 120^\circ$.
(19) ג. 1. 20k. 2. 24k. 3. 45k.

(20) א. $\frac{2}{3}$. ב. 39 ס"מ AC , 26 ס"מ BD . ג. 124.8 סמ"ר. (21) ב. $AE = \frac{2}{3}a$.

(22) ב. $CM = \frac{2a}{3}$, $FG = \frac{a}{2}$. ג. 54 סמ"ר. ד. 12 ס"מ a , 144 סמ"ר.

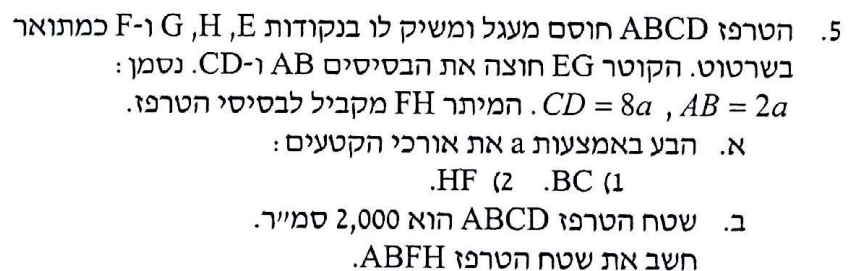
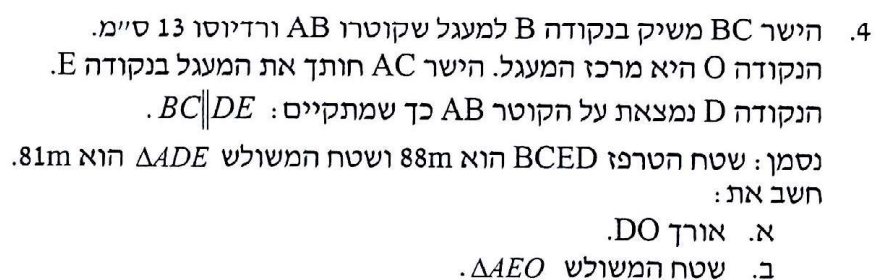
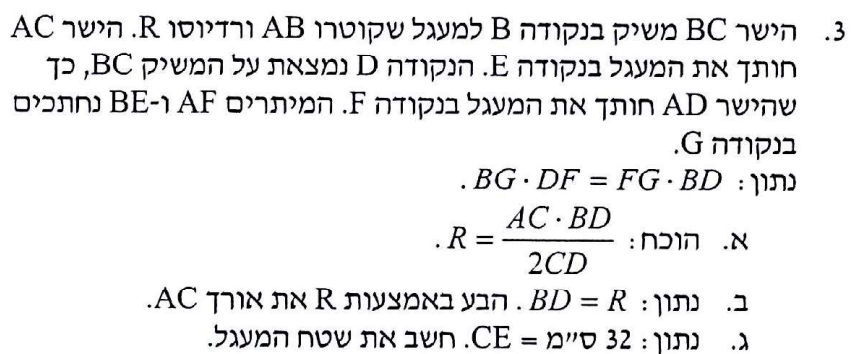
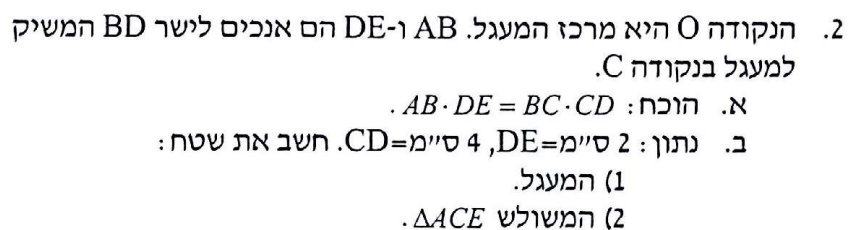
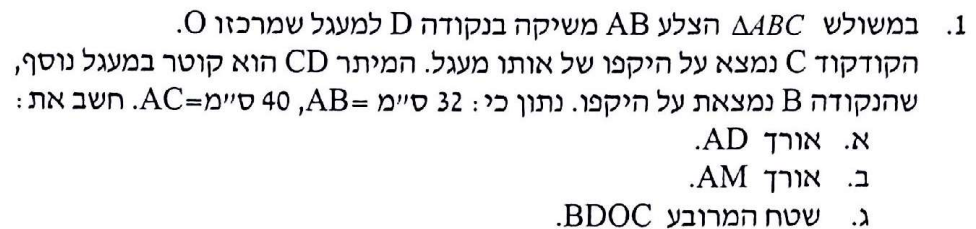
(23) ב. 4. ג. 10 ס"מ.

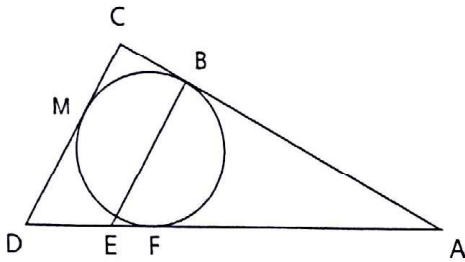
(24) ב. 6 ס"מ. ג. 7.65 ס"מ CO_1 .

(25) א. 0.25. ב. 24 ס"מ. ג. 11.25.

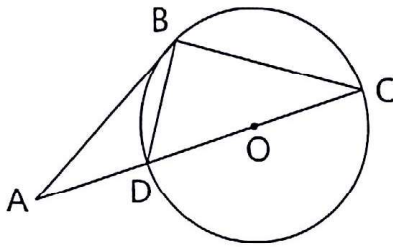
(26) א. $\frac{AD}{FB} = 1.5$, $\frac{DF}{AB} = \frac{1}{6}$. ב. 1. 30 סמ"ר S_{OEC} . 2. 50 סמ"ר S_{FOEB} .

התרגילים הבאים כוללים שילוב אינטגרטיבי של משפטי הדמיון, משפט תאלס והרחבותיו, משפט חוצה הזווית במשולש ומשפטי הפרופורציות במעגל.





6. הצלע AD היא היתר במשולש ישר הזווית $\triangle ACD$ ששטחו 24 סמ"ר. המשולש חוסם מעגל ומשיק לו בנקודות B, F ו-M. כמתואר בשרטוט. הנקודה E נמצאת על DF כך שמתקיים: $BE \parallel CD$. נתון: $CD = 6$ ס"מ. חשב את:
- היקף המעגל החסום.
 - אורך EF.



7. מהנקודה A יוצא ישר המשיק בנקודה B למעגל שהיקפו 70π ס"מ, וישר החותך את המעגל בנקודות C ו-D ועובר דרך הנקודה O שהיא מרכז המעגל.
- הוכח: $\triangle ABD \sim \triangle ACB$.
 - נתון: $BC = 56$ ס"מ. חשב את היקפו ואת שטחו של המשולש $\triangle ABD$.
 - הנקודה M נמצאת על הקוטר CD כך ששטח המשולש $\triangle BDM$ גדול משטח המשולש $\triangle BCM$ אך קטן משטח המשולש $\triangle ABD$. מצא באיזה תחום נוספרי נמצא אורך הקטע DM.

- פתרונות: (1) א. 20 ס"מ. ב. 10 ס"מ. ג. 234 סמ"ר. (2) א. 1.5 סמ"ר. ב. 1.5 סמ"ר. (3) א. $AC = 3\frac{1}{3}R$. (4) א. 5 סמ"ר. ב. 78 סמ"ר. (5) א. 1.5 סמ"ר. ב. 1.5 סמ"ר. (6) א. $12.56 = 4\pi$ ס"מ. ב. 1.5 ס"מ. (7) א. היקפו: 252 ס"מ, שטחו 1,512 סמ"ר. ג. $70 < DM < 35$ ס"מ. (8) א. 162 סמ"ר. ב. 9 ס"מ. (9) א. 14.4 ס"מ, BM = 19.2 ס"מ. (10) א. 2. ב. 4 ס"מ. ג. 0.8. (11) א. 2. (12) א. 30 ס"מ. ב. 20 ס"מ. (13) א. 1.5. ב. 1. (14) א. 1. (15) א. 3.5. ג. 2. ד. 4.5.