

עבודת קיץ למסיימי ט' המשובצים לרמת 4 יחידות

חלק א': פונקציות

א.

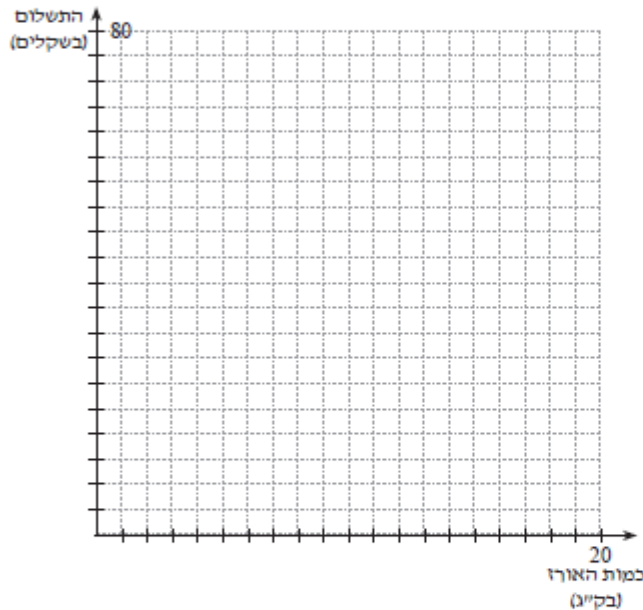
שלושה סיטונאים מוכרים אורז לחנויות. כל אחד מהם מוכר בשיטה שונה ובתעריפים שונים:

סיטונאי א' גובה עבור כל ק"ג אורז 4 שקלים.

סיטונאי ב' גובה בעת ההזמנה דמי טיפול בסך 16 שקלים, ולאחר מכן גובה עבור כל ק"ג אורז 3 שקלים.

סיטונאי ג' גובה בעת ההזמנה דמי טיפול בסך 32 שקלים, ולאחר מכן גובה עבור כל ק"ג אורז 2 שקלים.

במערכת הצירים שלהלן משמש ציר ה- x לסימון כמות האורז המוזמן בק"ג, וציר ה- y משמש לסימון סכום הכסף לתשלום.



א. סרטטו במערכת צירים זו גרף, המתאר את שיטת המכירה של סיטונאי א'.

ב. סרטטו במערכת הצירים שבסעיף א' גרף, המתאר את שיטת המכירה של סיטונאי ב'.

ג. סרטטו במערכת הצירים של סעיפים א' ו- ב' גרף, המתאר את שיטת המכירה של סיטונאי ג'.

ד. התבוננו בגרפים וציינו: כמה ק"ג אורז צריך להזמין, כדי שהתשלום עבורו יהיה זהה אצל כל הסיטונאים? ומה התשלום עבור האורז במקרה זה?

ה. ברצוננו להזמין 8 ק"ג אורז. אצל איזה סיטונאי כדאי לנו להזמין? וכמה נשלם במקרה זה (היעזרו בגרפים)?

ו. אם ברצונכם להזמין 20 ק"ג אורז, אצל איזה סיטונאי כדאי לכם להזמין? וכמה תשלמו?

ז. מאיזו כמות ועד איזו כמות כדאי להזמין אורז אצל סיטונאי מסוים? ציינו את הכמויות ואת הסיטונאי שאצלו תזמינו אורז.

ח. כתבו את נוסחאות הקווים הישרים, המייצגים את שיטות המכירה של כל אחד מהסיטונאים.

ט. לגבי כל אחת מנוסחאות הישרים, שמצאתם בסעיף ח', ציינו: מה מייצגים הערכים a ו- b ?

י. בדקו את תשובתכם לסעיף ד' באמצעות הנוסחאות שבסעיף ח'.

(עוזרי ושלו – ח' א': 129 / 133)

ג.

לפניכם שלוש הצגות של הפונקציה $f(x)$:

הצגה סטנדרטית
 $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

הצגה כמכפלה
 $f(x) = 2(x + 1)(x - 3)$

הצגה מוזזת
 $f(x) = 2(x - 1)^2 - 8$

- א. הראו כי שלוש ההצגות מתארות אותה הפונקציה.
 ב. הסתמכו על המידע הנתון בשלוש ההצגות, ומצאו את:

- שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים
- משוואת ציר הסימטריה
- שיעורי נקודת הקודקוד.

ג. שרטטו סקיצה של הגרף של $f(x)$, וסמנו בה את הנקודות שמצאתם בסעיף הקודם.
 (מתמטיקה משולבת – ט' חלק א, מסלול כחול, 144)

ד.

אורך החיים של כלבים הוא בסביבות 15 שנים. לכן כלב בן 12, למשל, נחשב לזקן.
 הקשר בין הגיל של כלב לבין הגיל המקביל של האדם תלוי בגודל הכלב.

• אצל **כלבים קטנים** (במשקל 10 – 25 ק"ג), ההתאמה בין גיל הכלב לגיל האדם מתאים לאותו שלב התפתחות מתנהגת, בערך, לפי הפונקציה $f(x) = 4x + 19$

כאשר x מייצג את גיל הכלב (בשנים רגילות), ו- $f(x)$ מייצג את גיל האדם המתאים לאותו שלב.
 • אצל **כלבים גדולים** (במשקל מעל 45 ק"ג), ההתאמה בין גיל הכלב לגיל המקביל של אדם מתנהגת,

בערך, לפי הפונקציה $g(x) = 6\frac{2}{3}x + 9\frac{1}{3}$

דוגמה: כלב קטן בן 4 נמצא בשלב התפתחותי בחייו המתאים לאדם בן 35

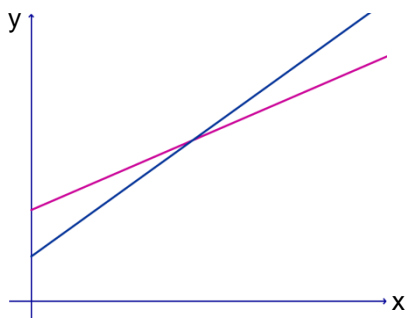
כי $f(4) = 4 \cdot 4 + 19 = 35$

א. השלימו את הטבלה עבור גילים המתאימים ל**כלבים קטנים**.

גיל כלב קטן	1	2	5		10	12	16
גיל אדם				47			

ב. השלימו את הטבלה עבור גילים המתאימים ל**כלבים גדולים**.

גיל כלב גדול	1	2	5		10	12	16
גיל אדם				56			



ג. לפניכם סקיצה של הגרפים המתאימים ל- $f(x)$ ול- $g(x)$.

התאימו גרף לכל פונקציה.

ד. מהם שיעורי נקודת החיתוך בין שני הגרפים?

מה מתארת נקודה זו?

ה.

נתונות הפונקציות:

$$y = \frac{1}{2}x^2 \quad (1) \quad y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 \quad (2) \quad y = \frac{1}{2}(x + 3)^2 \quad (3)$$

- א. סרטטו את הגרפים של שלוש הפונקציות באותה מערכת צירים.
 ב. מהם צירי הסימטריה של כל אחת מהפונקציות?
 ג. מהם שיעורי הקדקוד של כל אחת מהפונקציות?
 ד. כיצד אפשר לקבל על ידי הזזה אחת את גרף פונקציה (2) מגרף פונקציה (1)?
 ה. כיצד אפשר לקבל על ידי הזזה אחת את גרף פונקציה (3) מגרף פונקציה (2)?

("אפשר גם אחרת" - ט' (אפור) חלק ב': 20/79)

ו.

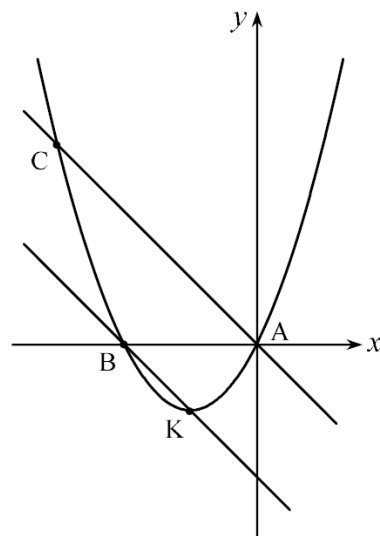
בכל סעיף נתון מידע על פרבולה ונתונים 3 ייצוגים אלגבריים של פונקציות ריבועיות.

אילו מהייצוגים מתאימים למידע הנתון?

א.	שיעורי הקדקוד (0, -4)	$y = -2x^2 - 4$	$y = 3x^2 - 4$	$y = 3(x - 4)^2$
ב.	ציר הסימטריה $x = 2$	$y = 2x^2$	$y = 2(x - 1)^2$	$y = 3(x - 2)^2$
ג.	שיעור ה- x של הקדקוד הוא -2	$y = 3(x + 2)^2$	$y = -(x + 2)^2$	$y = (x - 2)^2$
ד.	ציר הסימטריה עובר בנקודה (-1, 3)	$y = 3x^2 - 1$	$y = 2(x + 1)^2 + 3$	$y = -x^2 + 3$

("אפשר גם אחרת" - ט' (אפור) חלק א': 41/129)

ז.



- נתון גרף הפונקציה $y = x^2 + 2x$.
 הנקודה K היא קדקוד הפרבולה.
 נתון: $AC \parallel BK$.
 הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x .
 (א) רשום את משוואת הישר העובר דרך הנקודות B ו-K.
 (ב) רשום את משוואת הישר העובר דרך הנקודות A ו-C.
 (ג) מצא את שיעורי הנקודה C.
 (ד) חשב את שטח $\triangle ABC$.

ט.

רשום נכון / לא נכון ונמק:

- (א) תתכן פרבולה שקדקודה ברביע השלישי ואין לה נקודות אפס.
(ב) לפרבולה שקדקודה ברביע הראשון והיא "הפוכה" תמיד יש שתי נקודות אפס.
(ג) לפרבולה שקדקודה על ציר ה- x יש רק נקודת אפס אחת.
(ד) פרבולה שקדקודה ברביע השני ונקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y היא בחלקו החיובי, היא תמיד "ישרה".
(ה) אין אפשרות לשרטט פרבולה החותכת את ציר ה- y בחלקו השלילי ויש לה שתי נקודות אפס.
(ו) רק לפרבולה "ישרה" יש שתי נקודות אפס שערכי ה- x שלהן שונים בסימנם.

("משבצת" – כיתה ט', 19 / 421)

יא.

מצאו שתי פונקציות קוויות $f(x)$ ו- $g(x)$ כך שהמספרים 2, 3 ו-4 הם פתרונות של האי־שוויון $f(x) < g(x)$, והמספרים -8, -5 אינם פתרונות שלו.

("שבילים" – כיתה ט' – חלק 1, 75 / 247)

בחוג בישול למדו להכין עוגות תפוזים. התלמידים עבדו בקבוצות וכל קבוצה הכינה מספר שונה של עוגות לפי המתכון הבא:

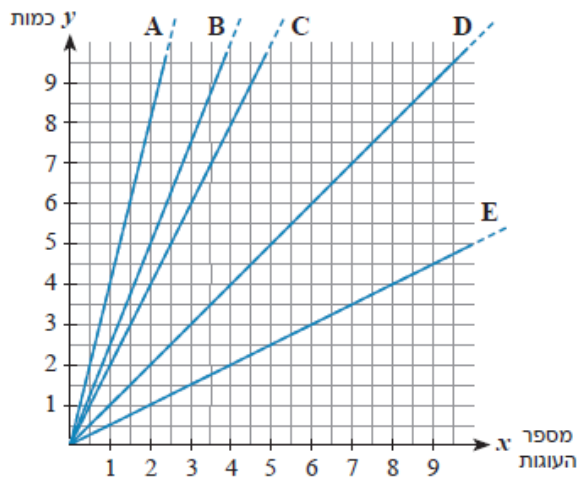
המתכון עבור עוגה אחת:

- 2.5 כוסות קמח תופח
- כוס סוכר
- חצי כוס מיץ תפוזים
- 4 ביצים
- 2 כפיות קליפת תפוז מגוררת

לפניכם טבלה המראה את כמות המצרכים לפי מספר העוגות שהכינו הקבוצות השונות.

א מלאו את הכמויות החסרות בטבלה שבנספח.

הקבוצה	מספר עוגות	קמח (בכוסות)	סוכר (בכוסות)	מיץ תפוזים (בכוסות)	ביצים	קליפת תפוז מגוררת (בכפיות)	
צוות תמר	3	7.5	3	1.5	12	6 כפיות	<u>דוגמה</u>
צוות חנה	1						
צוות רוני	2		2		8		
צוות יעל	5		5		20		
המורה רז	חצי	1.25		0.25		1	



במערכת הצירים שלפניכם חמישה גרפים. כל גרף מתאר את היחס בין מספר העוגות ואחד ממוצרי המתכון.

- ב מצאו את הגרף המתאים לכל מוצר.
- ג כתבו את הפונקציה המתאימה לכל מוצר לפי מספר העוגות.
- ד תארו את הקשר שבין כל גרף לבין מקדם הפרופורציה המתאים לו.

חלק ב': טכניקה אלגברית

נתונות שתי משוואות:

$$\frac{x-1}{3} + 6 = \frac{x}{2} + 4$$

$$\frac{x+8}{7} + \frac{x}{\square} = 14$$

א.

איזה מספר יש לרשום ב- \square כדי שפתרון המשוואה השנייה יהיה גדול פי 2 מפתרון המשוואה הראשונה?
הראה דרך חישוב.

("משבצת" – כיתה ח', 37 / 231)

נתונה המשוואה $4 + x = x^2 - \frac{x^2 - 16}{x - 4}$

ב.

נועה רשמה תחום הצבה, צמצמה את השבר ואחר-כך פתרה את המשוואה שהתקבלה.

- דוד רשם את תחום ההצבה ואחר-כך כפל את שני אגפי המשוואה ב- $(x - 4)$.
- (א) פתור את המשוואה בדרך של נועה.
(ב) נסה לפתור את המשוואה בדרך של דוד.
(ג) מהי מסקנתך?

("משבצת" – כיתה ט', 10 / 459)

פתרון תרגילים באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר - צמצמו במידת האפשר

ג.

13. פתרו את המשוואות הבאות.

ב. $2(3-x)(3+x) + x^2 = (5-x)(x+5) + 7x$

א. $(x+10)(x-10) = (x-6)(x+6) + 8x$

14. פתרו את המשוואות הבאות.

ב. $(2x+1)^2 - (3-2x)^2 = 8$

א. $(x+3)^2 - (2x+2)(2x-2) = x(-3x+4)$

השלימו כך שתתקבל משוואה שהפתרון של שלה הוא $x = 2$ ו- $x = -2$.

א | $x^2 - ___ = 0$

ב | $4x^2 - ___ = 0$

* ג | $(___)(x^2 + 1) = 0$

ד.

("שבילים" – כיתה ט' – חלק 1, 53,54 / 241)

.ז

לפניכם שלוש מערכות משוואות וסקיצה.

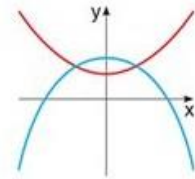
האם בין מערכות המשוואות האלה יש מערכת שהסקיצה מייצגת אותה?

אם כן - פתרו את המערכת הזאת, ובדקו אם הפתרונות שקיבלתם מתאימים לסקיצה. הסבירו.

1 $\begin{cases} x^2 - y = 4 \\ x + y^2 = 22 \end{cases}$

2 $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ y + x^2 = 12 \end{cases}$

3 $\begin{cases} x^2 + y = 8 \\ x^2 = 2y - 11 \end{cases}$



(שבילים" - כיתה ט' - חלק 2, 77 / 95)

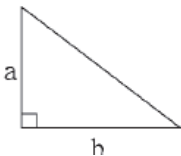
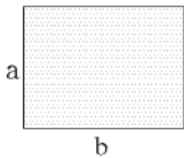
.ח

פתרו את מערכת המשוואות והמשוואות שלפניכם. במידת הצורך רשמו תחום הצבה, הציגו את דרך הפתרון.

$$\frac{(x+5)^2 - 4}{x+3} = 0$$

$$\frac{1}{3} - \frac{4}{3x^2 - 48} = \frac{5}{12 - 3x}$$

$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ \frac{2x-3}{7} + \frac{y+2}{2} = 5 \end{cases}$$



נתון: $(a-b)^2=4$, $(a+b)^2=196$

א. מצאו את שטח המלבן שאורכי צלעותיו הם a ו- b ,

בלי לחשב את ערכי a ו- b .

ב. מצאו את אורך היתר של משולש ישר-זווית

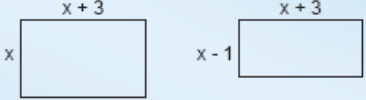

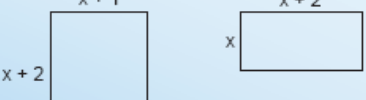

שאורכי ניצביו הם a ו- b , בלי לחשב את ערכי a ו- b .

.ט

(עוזרי ושלו - ט' חלק א': 48 / 91)

יא.

לפניכם ארבעה זוגות של מלבנים.

<p>ג. </p>	<p>א. </p>
<p>ד. </p>	<p>ב. </p>

- א. שערו שטחו של איזה מלבן גדול יותר. בכמה??
- ב. רשמו ביטוי לשטח כל מלבן. פשטו וקבעו למי שטח גדול יותר.
- ג. תמר אמרה "בסעיפים ג ו-ד נוכל לקבוע לאיזה מלבן שטח גדול יותר מבלי לפשט". האם תמר צודקת? הסבירו.
- (מתמטיקה משולבת – כיתה ח חלק א, מסלול כחול, עמוד 220).

יב.

פעלו לפי ההוראות שעל החיצים, ורשמו במחברותיכם את הביטויים המתאימים למשבצות השונות. פשטו אם יש צורך.

א. $x \xrightarrow{+2} \square \xrightarrow{\cdot(x+1)} \square \xrightarrow{-2} \square \xrightarrow{-3x} \triangle$

ב. $x \xrightarrow{-5} \square \xrightarrow{\cdot(x+5)} \square \xrightarrow{+7x+25} \square \xrightarrow{-7x} \triangle$

ג. $x \xrightarrow{\cdot(x+3)} \square \xrightarrow{+2(x+3)} \square \xrightarrow{-5x} \square \xrightarrow{-6} \triangle$

(מתמטיקה משולבת – כיתה ח חלק א, מסלול כחול, עמוד 234).

יג.

$$\frac{4x^2 - 12x + 9}{2x - 3} - \frac{x - 3}{2x} = x$$

נתונה המשוואה:
לפניכם אחד מהשלבים בפתרון של המשוואה:
תחום הצבה: $x \neq 0, 1.5$

$$2x(2x - 3) - (x - 3) = 2x^2$$

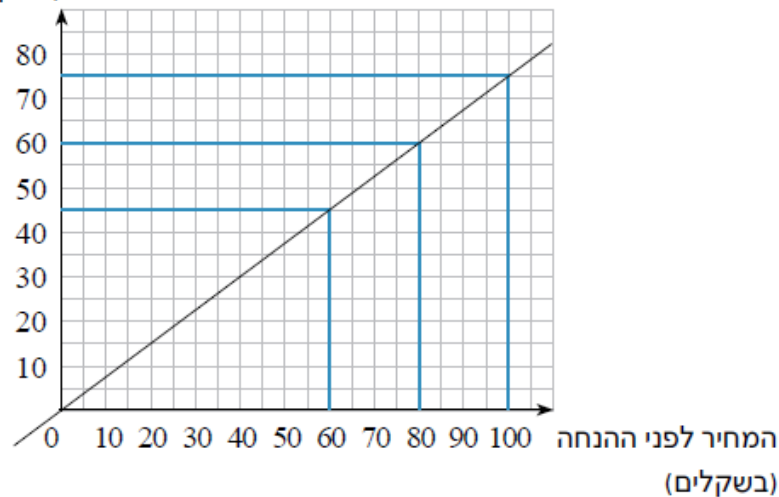
- א. האם השלב המוצג נכון? אם כן, הסבירו כיצד הוא מתקבל מהמשוואה.
- ב. פתרו את המשוואה.

חלק ג': בעיות מילוליות

יא.

- בגרף שלפניכם מתוארת הוזלת מחירים באחוז הנחה מסוים.
- א** מהו המחיר החדש של מוצר שמחירו הקודם היה 60 ₪?
- ב** מה היה המחיר המקורי של מוצר שמחירו המוזל הוא 60 ₪?
- ג** מהו המחיר החדש של מוצר שמחירו הקודם היה 100 ₪? בכמה שקלים הוזל המחיר של המוצר?
- ד** בעזרת תשובתכם לסעיף ג' קבעו את אחוז ההנחה המתואר.
- ה** מהי הפונקציה המתארת את ירידת המחירים?

המחיר אחרי ההנחה
(בשקלים)



(עשר בריבוע" / למדא – כיתה ח')

יב.

- שני חברים, הילל ושמאי, קנו ביחד כרטיס הגרלה שמחירו 81 ₪. הילל נתן 36 ₪ ושמאי נתן את היתר.
- א** מהו היחס בין ההשקעה של הילל לבין מחיר הכרטיס? מהו היחס המצומצם? הם החליטו שבמקרה של זכייה, הם יחלקו את הפרס ביחס לחלקם בקניית הכרטיס. הכרטיס של הילל ושמאי זכה ב-4,500 ₪.
- ב** כמה יקבל הילל? כמה יקבל שמאי?
- ג** הילל תרם 10% מהזכייה שלו לצדקה, ושמאי תרם 8% מהזכייה שלו למגן דוד אדום. מהו הסכום שהועבר לארגון הצדקה, ומהו הסכום שהועבר למגן דוד אדום?

(עשר בריבוע" / למדא – כיתה ח')

לתערובת של מלח ומים יש שימושים רבים, למשל ברפואה.

הריכוז של התערובת הוא היחס בין כמות המלח לכמות התערובת כולה.

אמיר ולילך הכינו תערובות של מלח ומים.

אמיר הכין תערובת שהריכוז שלה הוא $\frac{1}{3}$, ולילך הכינה תערובת שהריכוז שלה הוא $\frac{1}{4}$.

בתערובת של אמיר כמות המים גדולה ב־400 ג' מכמות המלח.

א. מהי כמות המלח בתערובת של אמיר?

ב. האם אפשר לדעת לפי המידע הנתון באיזו תערובת הייתה כמות מלח גדולה יותר? הסבירו.

ג. בתערובת של לילך כמות המלח קטנה ב־1 ק"ג מכמות המים.

מהי כמות המלח בתערובת של לילך?

במעבדה היו שתי תערובות של מלח ומים שמשקלן שווה.

הריכוז של תערובת אחת היה $\frac{1}{3}$, והריכוז של התערובת האחרת היה $\frac{1}{4}$.

משתי התערובות הכינו תערובת חדשה.

א. מהו הריכוז של התערובת החדשה?

(שבילים" – כיתה ח' – חלק 2, 70 / 15, 16)

חלק ד': גאומטריה

אורכי הצלעות של משולש הם 15 מ', 20 מ' ו-30 מ'.

א.

א מצאו את אורכי הצלעות של משולש הדומה למשולש הנתון אם ידוע שהיקפו הוא 13 מ'.

ב מהו היחס בין שטח המשולש הנתון לבין שטח המשולש שאת אורכי צלעותיו שמצאתם בסעיף א'?

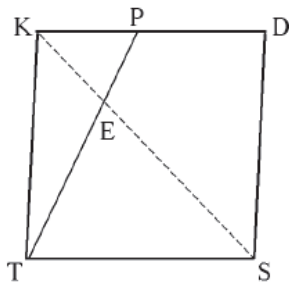
("עשר בריבוע" / למדא – כיתה ח')

ההיקף של משולש שווה-שוקיים שווה ל-35 ס"מ.

ב.

מצאו את כל צלעות המשולש, אם ידוע כי אורך אחת מצלעותיו הוא 14 ס"מ.
כמה פתרונות יש לשאלה?

("עשר בריבוע" / למדא – כיתה ח')



ג.

במעוין TKDS הנקודה P נמצאת על הצלע KD.

נתון: $\angle KPT = 64^\circ$, $\angle KTP = 26^\circ$.

א. האם המרובע TKDS הוא ריבוע? הסבירו.

ב. נתון כי $TK = 6.2$ ס"מ, $PD = 3.4$ ס"מ,

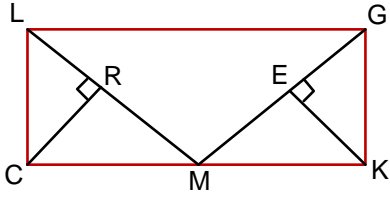
אורך אלכסון המרובע TKDS הוא 8.76 ס"מ.

חשבו את אורך הקטע KE.

(הדרכה: הסבירו מדוע המשולשים $\triangle KEP$ ו- $\triangle TES$ הם משולשים דומים.)

(עוזרי ושליו – ט' חלק א': 15 / 284)

ז.



נתון $LGKC$ מלבן. הנקודה M היא אמצע הצלע CK .

$EK \perp GM, RC \perp LM$

א. הוכיחו: $\triangle LCM \cong \triangle GKM$.

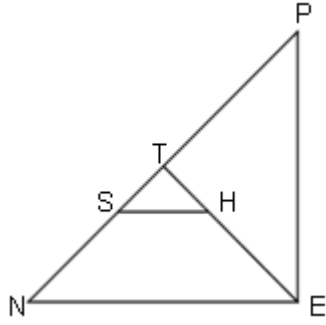
ב. הוכיחו: $\triangle CRM \cong \triangle KEM$.

ג. מצא בסרטוט לפחות שני משולשים שדומים למשולש $\triangle EGK$. רשמו אותם ונמקו את צעדיכם.

ד. הוכיחו: $REIICK$. (רמז: מהו סוג המשולש $\triangle REM$?)

("אפשר גם אחרת" - ט' (אפור) - חלק א': 5/243)

ח.



$\triangle PEN$ משולש ישר זווית ושווה שוקיים. ($\angle H = 90^\circ$).

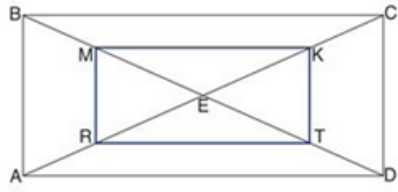
ET חוצה הזווית הישרה.

דרך הנקודה S שעל היתר העבירו מקביל לניצב NE .

הוכיחו כי $SHEN$ טרפז שווה שוקיים.

("אפשר גם אחרת" - ט' (אפור) - חלק א': 16/299)

ט.



אלכסוני המלבן $ABCD$ שבסקיצה נחתכים בנקודה E .

הנקודות M, T, K, R הן אמצעי הקטעים

AE, DE, CE, BE .

א. הוכיחו כי המרובע $MKTR$ הוא מלבן.

ב. מהו היחס בין שטח המלבן $MKTR$ לשטח המלבן $ABCD$?

("שבילים" - כיתה ט' - חלק 1, 20/182)

י.

בכל סעיף קבעו אם ניתן לבנות מצולע המתאים לתיאור.

אם כן - בנו מצולע כזה. אם לא - הסבירו מדוע לא.

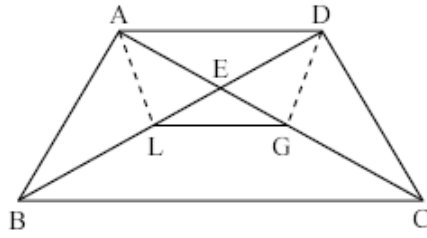
א. טרפז שהוא גם דלתון

ג. מקבילית קעורה

ב. טרפז קעור

ד. טרפז שווה-שוקיים וישר-זווית.

("שבילים" - כיתה ט' - חלק 1, 92/223)

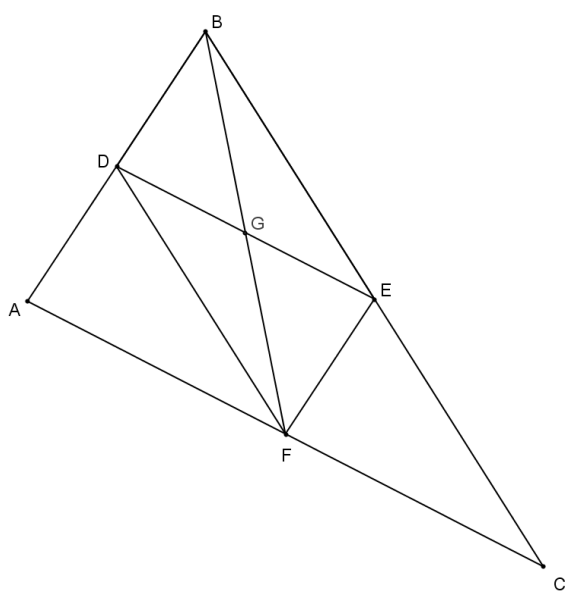


א.

נתון טרפז שווים $ABCD$
 $(AD \parallel BC, AB = DC)$

(א) מהו התנאי שצריך להתקיים עבור הנקודות L ו-G (הנמצאות על אלכסוני הטרפז) כדי ש-ADGL יהיה טרפז שווים? הסבר.

(ב) מהו התנאי שצריך להתקיים עבור הנקודות L ו-G (הנמצאות על אלכסוני הטרפז) כדי ש-ADGL יהיה מלבן? הסבר.



ב.

EF, DE קטעי אמצעים במשולש ABC.
 א. אילו מהטענות הבאות נכונות תמיד?
 I. $EG = DG$

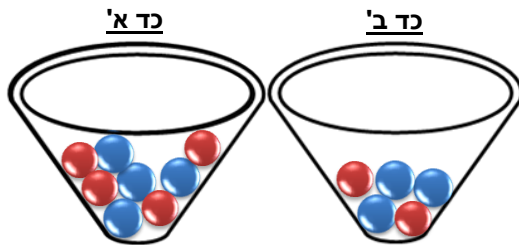
II. BF תיכון לצלע AC

III. $FD \perp AB$

IV. $2 \cdot GE = FC$

ב. בחרו אחת מהטענות שבחרתם בסעיף א' כנכונות והוכיחו אותה.

חלק ה': הסתברות



בכד א' 4 כדורים אדומים ו-4 כדורים כחולים.
 בכד ב' 2 כדורים אדומים ו-3 כדורים כחולים.
 מוציאים באקראי כדור מכד א' ומעבירים אותו לכד ב'.
 כעת, מוציאים באקראי כדור מכד ב'.
 מה ההסתברות שהכדור שהוצא מכד ב' הוא אדום?

("אפשר גם אחרת" – ט' (אפור) – חלק ב': 20/97)

אם מרגלית יוצאת לעבודה לפני השעה 7:00 בבוקר ההסתברות שתגיע למקום עבודה תוך חצי שעה היא 0.75. אם היא יוצאת אחרי השעה 7:00, ההסתברות שתגיע למקום עבודתה תוך חצי שעה היא 0.1. ההסתברות שמרגלית תתעורר מוקדם מספיק כדי לצאת לעבודה לפני השעה 7:00 היא 0.8.

מה ההסתברות:

- שמרגלית תתעורר מוקדם ותגיע למקום עבודתה בפחות מחצי שעה?
- שמרגלית תתעורר מאוחר ותגיע למקום עבודתה בפחות מחצי שעה?
- שמרגלית תגיע למקום עבודתה בפחות מחצי שעה?

בכד יש חמישה כדורים: 4 לבנים ואחד שחור.



- מוציאים באקראי כדור מהכד. מה ההסתברות שזה יהיה הכדור השחור?
- מוציאים באקראי כדור מהכד. מה ההסתברות שצבעו לבן?
- בהתחלה מוציאים מהכד אחד מחמשת הכדורים.
 בכד נשארים רק 4 כדורים. בוחרים באקראי אחד מהם.
 ההסתברות שייבחר כעת כדור לבן היא $\frac{3}{4}$.
 מה צבעו של הכדור שהוציאו מהכד בהתחלה?