

בעיית לוח השחמט והחיטה

אופיר שחטמן



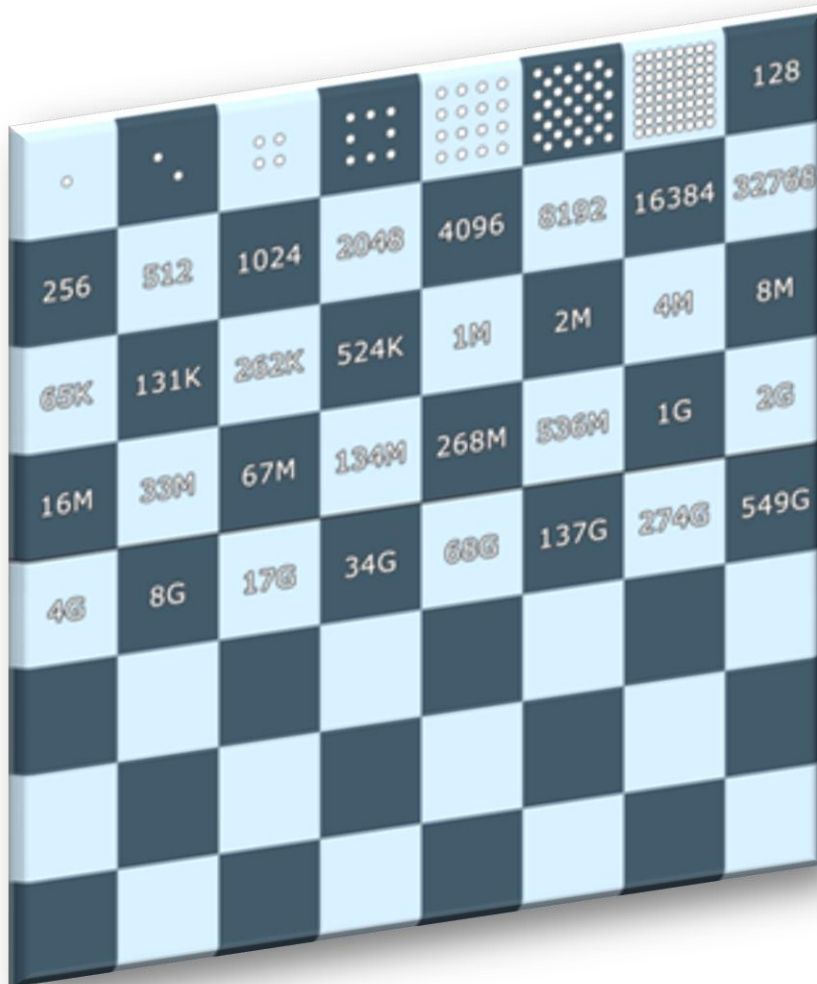
Done by: O. Shechtman's Computer

אגדת החיטה ולוח השחמט

- האגדה העתיקה מספרת על מלך בהודו שהפך להיות משועמם מאוד משום שכל משאלותיו החומריות סופקו. כדי למצוא פתרון לשעמום, הוא הכריז שהאדם אשר יצליח להציג בפניו משחק שירתק אותו, כל מבוקשו יתמלא. לאחר כישלונות של רבים מבני הממלכה, הגיע אדם עניו אשר הציג בפני המלך את משחק השחמט שהמציא. המלך הפך למאושר מאוד מן המשחק וביקש למלא את משאלת האדם שמולו. הממציא ביקש את שכרו בגרגירי חיטה לכל אחת מ-64 המשבצות שבלוח: עבור המשבצת הראשונה - גרגר אחד, עבור המשבצת השנייה - 2 גרגרים, עבור המשבצת השלישית - 4 גרגרים, עבור המשבצת הרביעית - 8 גרגרים, עבור המשבצת החמישית - 16 גרגרים וכך הלאה עד המשבצת ה-64. המלך הופתע לשמע הבקשה שלא כללה זהב או יהלומים וציווה על אנשיו למלאה. מהר מאוד, התגלה כי כל תבואת הודו ואף כל תבואת העולם לא תספיק למלא את מבוקשו של הממציא שכן המספר הסופי שיוצא הוא אסטרונומי. אגדה זו מדגימה הבנה מתמטית עמוקה של ממציא המשחק לצד ראיית הצעדים קדימה – שני אלמנטים חשובים במשחק.

טוב, אז הבנו כבר שהממציא (סא) ביקש הרבה גרגירי חיטה אבל לא בדיוק ברור כמה... ובשביל זה עשיתי את המצגת הזאת.

קודם כל נבין מה פירושה בקשתו של הממציא:



פה <-----
 יש לוח הממחיש קצת את
 הבקשה של הממציא:
 בכל משבצת המספר גדל
 כל פעם פי 2, או בחישוב
 פשוט:

$$T_{64} = 1 + 2 + 4 + \dots + 2^{63} = \sum_{i=0}^{63} 2^i = 2^{64} - 1$$

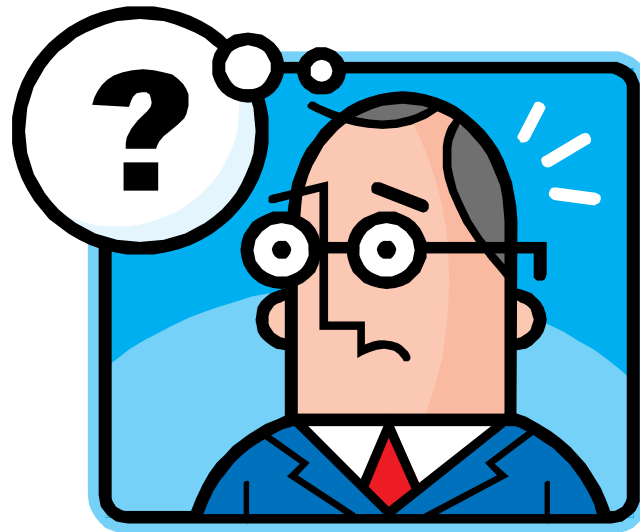
כלומר מספר הגרגירים הוא:

.18,446,744,073,709,551,615

או

18 טריליון, 446 ביליארד, 744 ביליון, 73 מיליארד, 709 מיליון,
551 אלף ו-615.

רובכם כנראה לא כל כך מבינים את משמעות המספר ואני אעזור לכם
בכך.



הנפח:

אם ההנחה היא גרגר חיטה תופס נפח של 2 מילימטרים מעוקבים אז
בעוד חישוב פשוט:

$$\frac{18446744073709551615 \times 2 \text{ mm}^3}{(1000000 \text{ mm/km})^3} = 36.8934881 \text{ km}^3$$

בקיצור הנפח הכולל של כל האורז על לוח השחמט יהיה על 36.89 קמ"ק.
*קמ"ק - קילומטר מעוקב היא יחידת מידה לנפח בשיטה המטרית, ששווה
לנפחה של קובייה שאורך צלעה ק"מ אחד.

הכינרת במלואה מכילה 4 קמ"ק. וזה אומר שצריך לא פחות מי כ- 9 "כינרות"
בכדי להכיל את כל גרגירי החיטה שביקש הממציא.



המשקל:

אם משקל גרגיר חיטה הוא גרם אחד,
ומספר כל האנשים בעולם הוא 7 מיליארד איש,
אז זה יוצא שכל אדם יצטרך להחזיק כ-2635249153 גרגירים,
שזה יוצא 2635 טון לכל אדם = 527 פילים = 14 מטוסי בואינג 747 (ג'מבו)



האורב:

אם אורכו גרגיר חיטה 1 הוא 5 מ"מ (חצי ס"מ), ומסדרים את כל גרגירי החיטה שביקש הממציא בשורה אז בק"מ יהיו 200,000 גרגירים, ואז כל הגרגירים נותנים כ- 92,233,720,368,547 ק"מ המספיק כדי לנסוע לירח 239940167 פעמים, ולשמש 616544 פעמים.



הכסף:

אם חקלאי יצליח לגדל את כל גרגירי החיטה שביקש הממציא יהיה לו הרבה כסף.
כמה?

כל קילו גרגירי חיטה עולה \$2.70 וכ-10 ש"ח (תודה אבא...) וגרגיר שוקל גרם 1
אז החקלאי ירוויח:

כ- 184,467,440,737,095,516.15 ש"ח

תקציב המדינה היום הוא בערך 313.3 מיליארד שקל שזה קטן פי כ- 587859
ממספר הכסף שהחקלאי ירוויח מהחיטה.

תקציב ארה"ב (הכי הרבה בעולם) הוא כ-11 ביליון ש"ח שזה קטן פי כ- 13142
ממספר הכסף מהחיטה.



The End