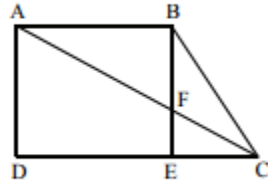


עבודת קיץ למסיימי כיתה י', 4 יח"ל

גיאומטריה במישור

1.



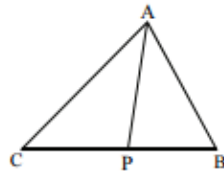
לפניך טרפז ישר-זווית ABCD ($\angle ADC = 90^\circ$, $AB \parallel DC$).

BE הוא הגובה לבסיס DC, האלכסון AC חוצה את הזווית BCD, וחותך את הגובה BE בנקודה F.

נתון: $\frac{BC}{EC} = 2$, $S_{EFC} = 4$ סמ"ר.

- חשב את שטח המשולש ABF.
- חשב את שטח המלבן ABED.

2.



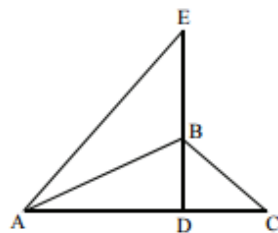
בציור שלפניך נתון: $AC = 15$ ס"מ, $AB = 12$ ס"מ,

$CP = 10$ ס"מ, $PB = 8$ ס"מ.

- הוכח: AP חוצה את הזווית BAC.
- הוכח: $\triangle ABP \sim \triangle CBA$.
- חשב את אורך הקטע AP.

תשובה: ג. 10 ס"מ.

3.



במשולש ABC, הגובה לצלע AC הוא BD. נקודה E נמצאת על המשך הגובה BD, כך ש-AB חוצה את הזווית EAC (ראה ציור).

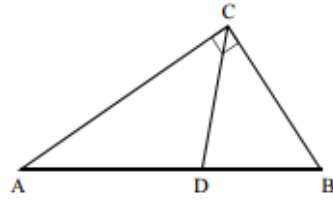
נתון: $\angle BCA = 2 \cdot \angle BAC$.

א. הוכח: $BC \cdot ED = BD \cdot EA$.

ב. היעזר בנתונים ובסעיף א'.

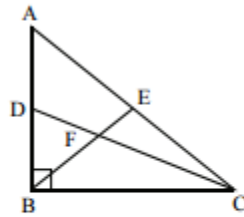
והוכח: $BC \cdot ED = AD \cdot BE$.

4.



- במשולש ישר-זווית ACB ($\angle ACB = 90^\circ$)
 CD חוצה-זווית ACB (ראה ציור).
 א. (1) הוכח: $DB \cdot AC = BC \cdot AB - BC \cdot DB$.
 (2) נתון: $BC = 21$ מ"מ, $AC = 28$ מ"מ.
 חשב את האורך של הקטע DB .
 ב. מקדוד C מורידים אנך ליתר AB .
 האנך חותך את היתר
 בנקודה N . הוכח כי $\frac{CN}{AC} = \frac{BC}{AB}$.
 ג. חשב את האורך של הקטע DN .
- תשובה:** א. (2) 15 מ"מ. ג. 2.4 מ"מ.

5.

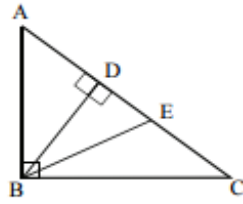


- משולש ABC הוא משולש ישר-זווית
 ($\angle ABC = 90^\circ$). BE הוא תיכון לצלע AC ,
 ו- CD הוא תיכון לצלע AB .
 התיכונים BE ו- CD נחתכים בנקודה F .
 א. חשב את היחס $\frac{FB}{AC}$.
 ב. חשב את היחס בין היקף המשולש BFC
 להיקף המשולש EFD .
 ג. נתון גם כי הנקודה M היא אמצע הקטע FC , והנקודה N היא אמצע
 הקטע FB . הוכח כי המרובע $DEM N$ הוא מקבילית.

תשובה: א. $\frac{1}{3}$. ב. 2 .

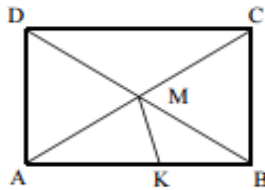
טריגונומטריה במישור

1.



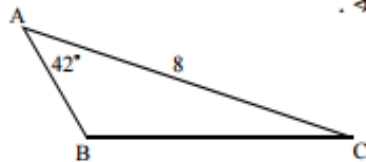
במשולש ישר-זווית ABC נתון: $AB = 6$ ס"מ, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle BAC = \alpha$. BD הוא גובה ליתר. BE הוא חוצה-זווית של $\angle B$. הבע את אורך הקטע EC באמצעות α .
תשובה: $6 \sin \alpha (\tan \alpha - \tan \frac{\alpha}{2})$.

2.



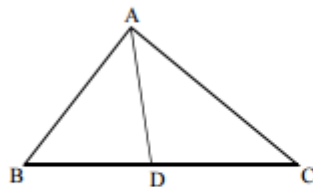
במלבן ABCD נתון: $AB = 8.4$ ס"מ, $AC = 10$ ס"מ, $AM = AK$. חשב את אורך הקטע MK.
תשובה: 2.828 ס"מ.

3.



במשולש ABC נתון: $AC = 8$ ס"מ, $\angle A = 42^\circ$. והצלע BC ארוכה ב-5 ס"מ מהצלע AB.
 א. חשב את אורך הצלע BC.
 ב. BD הוא תיכון לצלע AC. חשב את שטח המשולש BCD.
תשובה: א. 6.782 ס"מ. ב. 2.385 סמ"ר.

4.



AD הוא חוצה-זווית A במשולש ABC (ראה ציור). נתון: $\angle BAC = 50^\circ$, $BD = 4$ ס"מ, $DC = 5$ ס"מ.
 א. מצא את היחס בין הצלע AC לצלע AB.
 ב. מצא את אורך הצלע AB.
תשובה: א. 5:4. ב. 9.207 ס"מ.

גיאומטריה אנליטית

1.

במשולש ABC משוואת הצלע BC היא $y = \frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$. נתון: A(-1;11).
AD הוא הגובה לצלע BC. מצא את שיעורי הנקודה D.

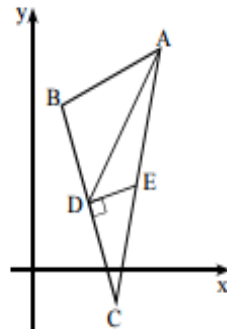
תשובה: (1;3).

2.

במשולש ABC משוואת הגובה לצלע AB היא $y = 2x - 5$ ומשוואת הגובה לצלע AC היא $3y - x = 0$.
אחד מקדוקדי המשולש הוא בנקודה (13;-9).
א. איזה מקדוקדי המשולש הוא בנקודה (13;-9)?
ב. מצא את שני הקדוקדים האחרים של המשולש.

תשובה: א. A. ב. B(-3;-1), C(7;9).

3.

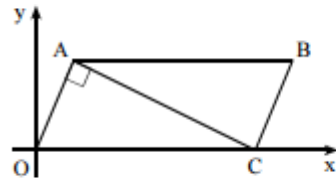


במשולש ABC DE הוא אנך אמצעי לצלע BC.
משוואת התיכון AD היא $y = \frac{5}{3}x - \frac{4}{3}$.
משוואת DE היא $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.
משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$.
מצא את שיעורי הקדוקדים A, B ו-C.

תשובה: A(5;7), B(1;5), C(3;-1).

4.

נתונה מקבילית OABC. קדקוד O בראשית הצירים. משוואת הצלע AB היא $y = 4$. נתון: $\angle OAC = 90^\circ$, $C(10;0)$.



- א. מצא את השיעורים של הקדקוד A (רשום את שתי האפשרויות).
 ב. חשב את שטח המקבילית, עבור כל אחת מהאפשרויות שמצאת בסעיף א'.

תשובה: א. (2;4) או (8;4). ב. 40 יח"ר או 40 יח"ר.

5.

- קדקודי המרובע ABCD הם: $D(5;4)$, $C(11;1)$, $B(12;4)$, $A(8;6)$.
 א. הוכח שהמרובע הוא טרפז.
 ב. חשב את אורך הגובה היורד מקדקוד A לצלע DC.
 ג. חשב את שטח הטרפז.

תשובה: ב. $\sqrt{9.8}$. ג. 17.5.

חשבון דיפרנציאלי (פולינומים)

1.

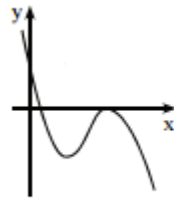
- לגרף הפונקציה $y = ax^2 + 1$ מעבירים משיק בנקודה $x = 1$.
 א. הבע באמצעות a את משוואת המשיק.
 ב. המשיק שמצאת בסעיף א' חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 2$. מצא את a .

תשובה: א. $y = 2ax + 1 - a$. ב. $-\frac{1}{3}$.

2.

- נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 + 15x^2 - 63x + 49$.
 א. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודת חיתוך עם ציר ה- y .
 ב. הראה שאחת מנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x היא $(1; 0)$.
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. כמה נקודות משותפות יש לגרף הפונקציה ולציר ה- x ?

תשובות:



- א. תחום הגדרה: כל x .
 נקודות קיצון: $(3; -32)$ מינימום, $(7; 0)$ מקסימום.
 עלייה: $3 < x < 7$; ירידה: $x < 3$ או $x > 7$.
 נקודת חיתוך: $(0; 49)$.
 ד. בשתי נקודות.

3.

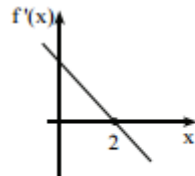
- נתונה הפונקציה $y = x^4 - 4x^2$.
 א. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, נקודות חיתוך עם הצירים.
 ב. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
 ג. מצא לאילו ערכים של k , הפונקציה חותכת את הישר $y = k$:
 (1) ב-4 נקודות. (2) ב-3 נקודות. (3) ב-2 נקודות. (4) באף נקודה.

תשובות:

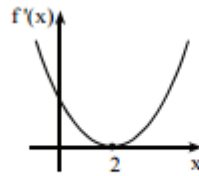
- א. תחום הגדרה: כל x . נקודות קיצון: $(\sqrt{2}; -4)$ מינימום, $(0; 0)$ מקסימום, $(-\sqrt{2}; -4)$ מינימום. נקודות חיתוך: $(2; 0)$, $(0; 0)$, $(-2; 0)$.
 ב. חיוביות: $x > 2$ או $x < -2$, שליליות: $-2 < x < 2$, $x \neq 0$.
 ג. (1) $-4 < k < 0$. (2) $k = 0$. (3) $k > 0$ או $k = -4$. (4) $k < -4$.

4.

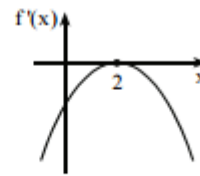
- לפונקציה $f(x)$ יש רק נקודת קיצון אחת והיא נקודת מקסימום ב- $x = 2$.
 א. מהו הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור $x < 2$?
 ב. איזה מן הגרפים הבאים (1, 2, 3, 4) יכול לתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$? נמק את בחירתך.



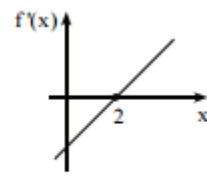
גרף 1



גרף 2



גרף 3

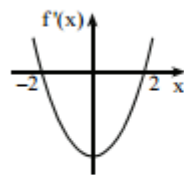


גרף 4

תשובות:

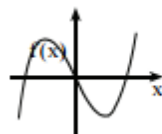
- א. חיובי. ב. גרף 1.

5.



- בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.
 א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
 ג. נתון גם: $f(0) = 0$. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובות:



ג.

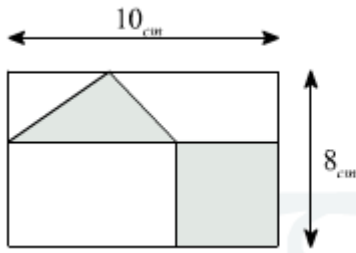
- א. עלייה: $x < -2$ או $x > 2$,
 ירידה: $-2 < x < 2$.
 ב. $x = -2$ מקסימום, $x = 2$ מינימום.

בעיות ערך קיצון

1.

קיץ 2002 מועד ב'

בתוך מלבן שאורכו 10 ס"מ ורוחבו 8 ס"מ חסומים ריבוע ומשולש.



מהו סכום השטחים המינימלי של הריבוע והמשולש?

2.

הסכום של שני מספרים חיוביים הוא 24.

מה צריכים להיות שני המספרים, כדי שמכפלת אחד מהם בריבוע של האחר תהייה מקסימלית?

פתרון:

8 ו-16

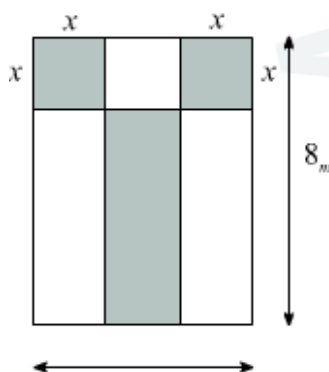
3.

מהי התוצאה הגדולה ביותר שאפשר לקבל אם מחסרים ממספר את ריבועו?

פתרון:

0.25

4.



באולם יש חלון מלבני גדול,

שמידותיו הם 8 מטר ו 6 מטר.

רוצים להרכיב בחלון זכוכית משני סוגים:

בשטחים האפורים שבציור זכוכית צבעונית שמחירה

60 שקלים למ"ר ובשטחים הלבנים שבציור זכוכית שקופה,

שמחירה 20 שקלים למ"ר.

א. מה צריך להיות גודלו של x (ראה ציור) כדי שהמחיר

הכולל של הזכוכית בחלון יהיה מינימלי?

ב. מהו המחיר הכולל המינימלי שיש לשלם עבור הזכוכית בחלון?

פתרון:

א. 2.75 מטר ב. 1670 שקלים

בעיות מילוליות - תנועה

1. בעיה עם שני נעלמים

אדם הלך 4 שעות בשעות קרירות ו 6 שעות בשעות חמות ועבר בסך הכל 48 ק"מ.
פעם אחרת הלך 8 שעות בשעות קרירות ו 2 שעות חמות ועבר 70 ק"מ.
מצאו את מהירות ההליכה בשעות קרירות ומהירות ההליכה בשעות חמות.

2. נסיעה אחד מול השני

טיפ: הרעיון בשאלות של נסיעה אחד מול השני הוא שכאשר כלי הרכב נפגשים הם עברו ביחד את המרחק בין שני הערים מהם הם יצאו.
הבעיה המוצגת כאן פשוטה יחסית ומעדה רק להדגים את הרעיון.

מישוב א וישוב ב יצאו זה לקראת זה שני הולכי רגל. מהירות הולך רגל ב הייתה פי 3 ממהירות הולך רגל א.
הולכי הרגל נפגשו כעבור 4 שעות.
המרחק בין הישובים הוא 64 ק"מ.
מצאו את מהירות הולכי הרגל.

בעיות מילוליות - קנייה ומכירה

1.

ראובן שילם 31 שקלים בשביל 5 ק"ג תפוחים ו-8 ק"ג אגסים. כעבור שבוע עלה מחיר האגסים ב- 25%, אך מחיר התפוחים לא השתנה. ראובן שילם עתה 35 שקלים בשביל 5 ק"ג תפוחים ו-8 ק"ג אגסים. חשב את מחיר האגסים לפני שעלה המחיר שלהם.

פתרון: 2 שקלים

2.

סוחר קנה שני סוגי קפה: סוג זול וסוג יקר. בחודש הראשון קנה א ק"ג קפה מהסוג הזול ושילם עבורם 1200. ומהסוג היקר של הקפה קנה $2x$ ק"ג ושילם עבורם 3600 שקל. א. מהו המחיר של ק"ג קפה מהסוג הזול, ומהו המחיר של ק"ג קפה מהסוג היקר? (כל מחיר מובע באמצעות x)
ב. בחודש השני קנה הסוחר 10 ק"ג קפה מהסוג הזול ו-20 ק"ג קפה מהסוג היקר. ושילם בסך הכול 4000 ₪. כמה ק"ג קפה מהסוג הזול קנה הסוחר בחודש הראשון?

פתרון: א. מחיר סוג זול - $\frac{1200}{x}$ שקלים. מחיר סוג יקר - $\frac{3600}{2x}$ שקלים. ב. 12 ק"ג

3.

שאלה מתוך חורף 2011 (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)

קוסמטיקאית קנתה 60 קופסאות קרם במחיר x שקלים לקופסא אחת. הקוסמטיקאית מכרה 30 קופסאות באותו מחיר, x שקלים לקופסא. 25 קופסאות היא מכרה ברווח של 18%. את יתר הקופסאות היא מכרה ברווח של 6%. הקוסמטיקאית מכרה את כל הקופסאות בסכום כולל של 6480 שקל.
א. מצא את המחיר x ששילמה הקוסמטיקאית תמורת קופסת קרם אחת.
ב. מה היה הרווח של הקוסמטיקאית?

פתרון: א. $x = 100$ ב. 480

4.

שאלה חורף 2012 (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)

סוחר קנה שולחנות במחיר x שקלים לשולחן.
בסך הכול שילם הסוחר עבור השולחנות 2400 שקלים.
לאחר מכן מכר הסוחר את כל השולחנות שקנה.
5 שולחנות הוא מכר בהפסד של 10% לשולחן, ואת שאר השולחנות הוא מכר ברווח של 20% לשולחן.
הסכום הכולל שקיבל הסוחר ממכירת השולחנות היה 2700 שקלים.
א. מצא את המחיר ששילם הסוחר עבור כל שולחן.
ב. מצא את מספר השולחנות שקנה הסוחר.

פתרון: א. 120 שקלים ב. 20 שולחנות

5.

ראובן רוצה לרכוש מינוי למכון כושר. המחיר המלא של המינוי הוא 200 שקלים.
אם ראובן יביא שני חברים שירכשו מינוי במחיר מלא, הוא יקבל על המינוי שלו הנחה של $x\%$
עבור החבר הראשון, ועבור החבר השני יקבל הנחה של $x\%$ על המחיר שאחרי ההנחה
הראשונה.
ראובן הביא שני חברים, ושילם עבור המינוי שלו רק 144.5 שקלים.
א. מצא את אחוז ההנחה שקיבל ראובן על המינוי שלו עבור החבר הראשון.
ב. מצא את אחוז ההנחה הכולל שקיבל ראובן על המינוי שלו לאחר שהביא את שני החברים.

פתרון: א. 15% ב. 27.75%

6.

רמי ויוסי קנו מחברות זהות באותה החנות.
רמי קנה מספר מסוים של מחברות.
אילו רמי היה קונה מחברת אחת יותר משקנה, היה משלם בסך הכול 80 שקלים.
יוסי קנה 5 מחברות יותר ממספר המחברות שקנה רמי, וקיבל הנחה של 15% על כל
מחברת.
יוסי שילם סך הכול 10 שקלים יותר מהסכום ששילם רמי עבור המחברות שקנה.
מצא את הסכום ששילם רמי עבור המחברות שקנה.

פתרון: 75 שקלים

עבודה נעימה,

טניה וגיתית ☺