

## עבודת קיץ לקראת כיתה ט' - מצויינות מתמטיקה

העבודה כוללת שאלות מכל הנושאים שנלמדו במהלך השנה. את חלק מהשאלות כבר פגשתם, וזו הזדמנות עבורכם לוודא שאתם יודעים כיצד לפתור אותן. את העבודה יש להגיש במהלך השבוע הראשון ללימודים, וציון יינתן על הגשה מלאה.

במהלך השבועיים הראשונים יתקיים מבחן על נושאי העבודה. המבחן יתבסס על השאלות בעבודה, כאשר יתכנו שינויי נתונים וניסוחים מסויימים. ציון המבחן יהיה הציון המשמעותי הראשון של השנה.

מומלץ להכין את העבודה בתחילת החופש, כאשר הנושאים טריים, ולחזור עליה לקראת תחילת כיתה ט'. במידה ויש שאלה או נושא שאינכם זוכרים כיצד לפתור – עכשיו זה הזמן לחזור על החומר ולראות שאתם מגיעים מוכנים לכיתה ט'. אל תתחילו את השנה עם פערים, מכיוון שאנו נמשיך כמעט מיד מהמקום שבו הפסקנו, ונניח שאתם יודעים וזוכרים את חומר הלימוד של השנה.

אני מזכיר לכם שתוצאות התרגילים יכולות בהחלט להיות מספרים לא שלמים. אתם יכולים לבדוק את עצמכם על ידי שימוש בתוכנת *Geogebra* או באתר *wolframalpha.com*.

בנוסף לשאלות המצורפות, אתם מתבקשים לפתור שני מבחני מיצב מהשנים האחרונות: [מיצב תשע"ה](#) ו-[מיצב תשע"ד](#). (ניתן להגיע למבחנים גם על ידי חיפוש "מבחני מיצב ח מתמטיקה"). אין צורך להגיש את הפתרונות של המיצבים, אך סעיפים משם יוכלו להופיע במבחן הרמה בתחילת כיתה ט'.

כרגיל, לשאלות מוזמנים לפנות אלי.

בהצלחה, עבודה נעימה וחופש מהנה!

חגי

שאלה 1 (ארוכה אך חשובה – סיכום של כל נושא הפונקציה הקווית)

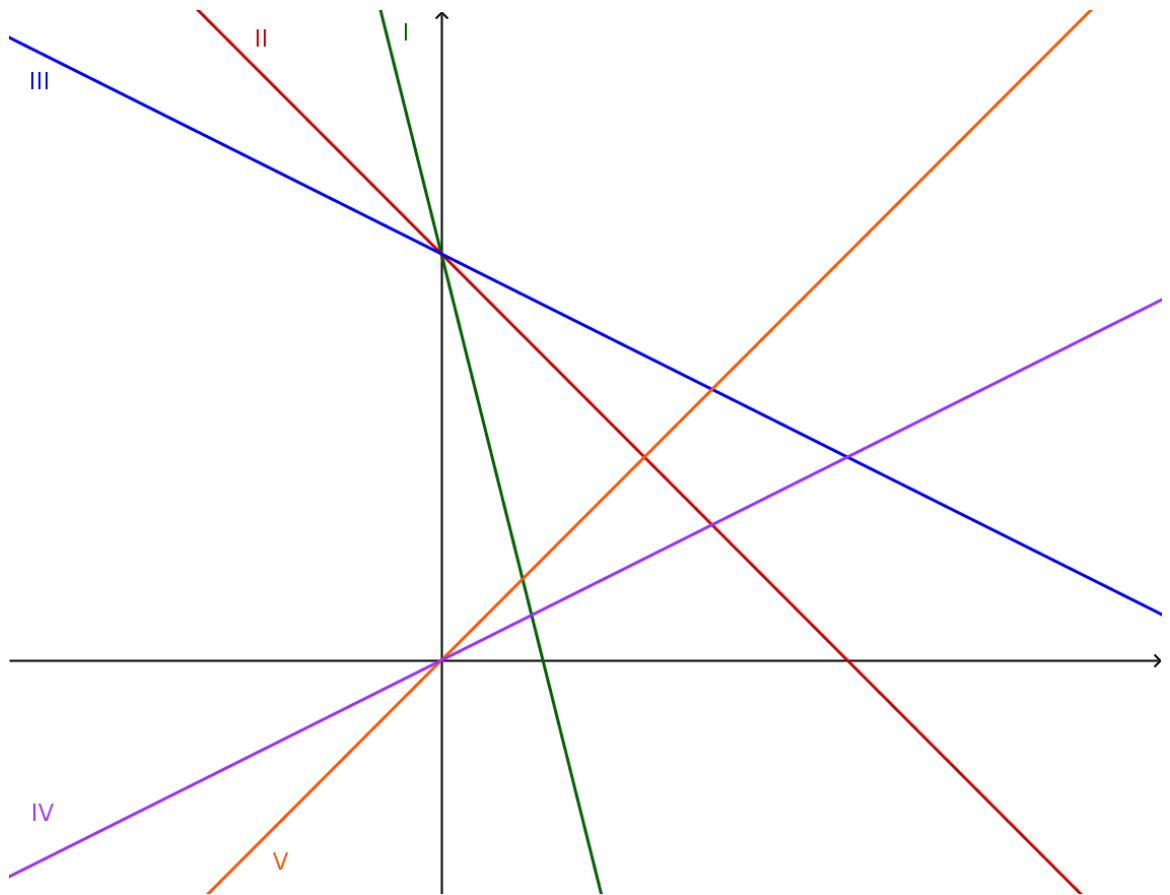
נתונות 3 פונקציות קוויות:

$$h(x) = 2(x - 1) - 3(2x - 1) \quad , \quad g(x) = -3 + \frac{4}{3}x \quad , \quad f(x) = -3x + 2$$

- א. עבור כל אחת מהפונקציות מצאו נקודת אפס, נקודת חיתוך עם ציר  $y$  ושיפוע.
- ב. האם יש 2 פונקציות שהייצוג הגרפי שלהן מקביל זה לזה? אם כן, מצאו מיהן. אם לא, נמקו מדוע.
- ג. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של  $g(x)$ .
- ד. בדרך אלגברית בלבד (כלומר ע"י פתרון משוואה), מצאו את נקודות החיתוך של כל זוג פונקציות.
- ה. שרטטו סקיצה של שלושת הגרפים של הפונקציות על מערכת צירים אחת. יש לסמן רק את שיעורי נקודות החיתוך של כל פונקציה עם הצירים, וכן את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציות. היעזרו בסעיפים קודמים.
- ו. פתרו את אי-השוויון  $h(x) > f(x)$ .
- ז. תנו דוגמה לשתי נקודות שלא נמצאות על אף אחד מהגרפים המתאימים לפונקציות.
- ח. תנו דוגמה לשתי נקודות שנמצאות (כל אחת לחוד) על גרף אחד בדיוק מבין שלושת הגרפים המתאימים לפונקציות.
- ט. תנו דוגמה לנקודה שנמצאת בדיוק על שניים מהגרפים של הפונקציות הנתונות. כמה נקודות כאלו יש? נמקו.
- י. האם קיימת נקודה הנמצאת על כל שלושת הגרפים המתאימים לפונקציות? אם כן, מצאו אותה. אם לא, הסבירו מדוע.
- יא. תנו דוגמה לישר המקביל ל-  $g(x)$  ולא עובר ברביע הרביעי.
- יב. נסמן ב- A את נקודת החיתוך של  $f(x)$  עם ציר  $y$ , ב- B את נקודת החיתוך של  $g(x)$  עם ציר  $y$ , וב- C את נקודת החיתוך של  $f(x)$  ו-  $g(x)$ . חשבו את שטח המשולש  $\Delta ABC$ .
- יג. נסמן ב- D את נקודת החיתוך של  $f(x)$  ו-  $h(x)$ . חשבו את אורך הקטע  $CD$ .
- יד. מצאו את הייצוג האלגברי של הישר העובר דרך הנקודה D ודרך הנקודה  $(3,2)$ .
- טו. רשמו דוגמה לשיעורים של 3 נקודות  $E, F, G$ , הנמצאות כולן ברביע השלישי, כך שיתקיים  $\Delta ABC \cong \Delta EFG$ .
- טז. רשמו דוגמה לשיעורים של 3 נקודות  $M, L, N$ , הנמצאות כולן על הצירים, כך שיתקיים  $\Delta ABC \cong \Delta MLN$ .
- יז. רשמו 2 דוגמאות לשיעורים של 3 נקודות  $P, Q, R$ , כך שהמשולש  $\Delta PQR$  יהיה דומה אך לא חופף למשולש  $\Delta ABC$ .

## שאלה 2

כתבו לכל אחת מהפונקציות ייצוג אלגברי כרצונכם, כך שיתאים לשירטוט. אין צורך לנמק.



\_\_\_\_\_ - II

\_\_\_\_\_ - I

\_\_\_\_\_ - IV

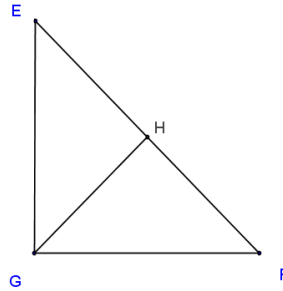
\_\_\_\_\_ - III

\_\_\_\_\_ - V

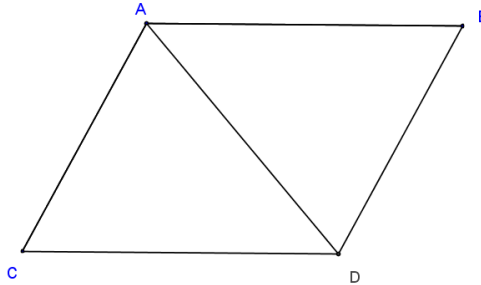
שאלה 3:

בכל אחד מהסעיפים הבאים, קבעו האם הנתונים מספיקים כדי לקבוע את חפיפת משולשים.  
אם כן, רשמו את החפיפה וציינו באמצעות איזה משפט ניתן להוכיח את החפיפה (אין צורך להוכיח).  
אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

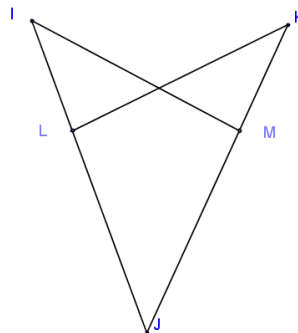
א. נתון: GH חוצה זווית,  $\sphericalangle E = \sphericalangle F$ .



ב. נתון:  $AC \parallel BD$



ג. נתון:  $JL = JM$ ,  $IL = MK$



#### שאלה 4:

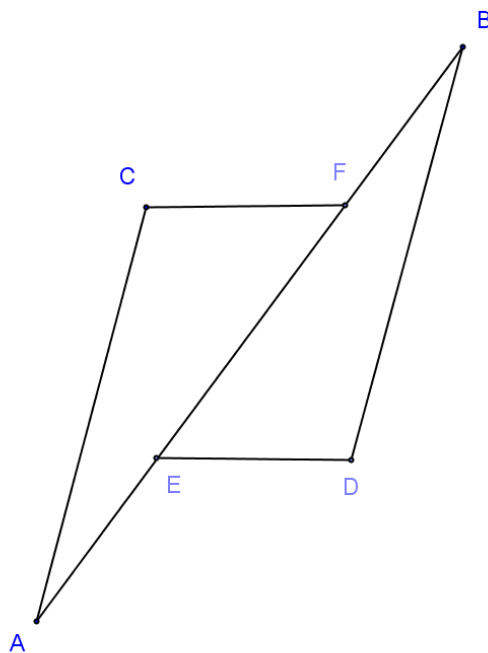
נתון:  $AC \parallel BD$

$$\sphericalangle CFB = \sphericalangle AED$$

$$AE = BF$$

א. שרטטו את הנתונים על גבי השירטוט.

ב. הוכיחו:  $\triangle ACF \cong \triangle BDE$ .



#### שאלה 5:

בסקר שנערך בקרב תלמידי ח', התלמידים נשאלו לגבי מספר החוגים שהם משתתפים בהם. 12.5% אמרו שהם לא משתתפים באף חוג, ו-37.5% אמרו שהם משתתפים בחוג אחד. שאר הנשאלים התחלקו בין שני חוגים לשלושה חוגים, כאשר היחס בין אלו שאמרו שהם משתתפים בשני חוגים לבין אלו שאמרו שהם משתתפים בשלושה חוגים הוא 2:3.

א. מה אחוז התלמידים שמשתתפים בשלושה חוגים? הסבירו.

ב. ידוע ש-15 תלמידים לא משתתפים באף חוג.

(1) כמה תלמידים השתתפו בסקר בסה"כ?

(2) כמה תלמידים משתתפים בשני חוגים?

(3) בוחרים באקראי תלמיד מהשכבה. מה ההסתברות שהוא משתתף לפחות בחוג אחד?

(4) מבין התלמידים שהשתתפו בסקר, 42 אמרו שהיו שמחים להשתתף בעוד חוגים. מה אחוז

התלמידים האלו?

שאלה 6:

היחס בין גילאי 3 אחים הוא 6:7:4. לפני 6 שנים, סכום גילאי האח האמצעי והגדול היה פי 4.5 מהאח הצעיר. מה גילאי האחים כיום? רשמו משוואה מתאימה ופתרו.

שאלה 7:

- א. אורכו של שביל א' על מפה שקנה המידה שלה הוא 1:150,000 הוא 7 ס"מ.  
אורכו של שביל ב' על מפה שקנה המידה שלה הוא 1:200,000 הוא 6 ס"מ.  
(1) איזה מהשבילים ארוך יותר במציאות? הסבירו. (7 נק')
- (2) מה יהיה אורכו של שביל א' על מפה שקנה המידה שלה הוא 1:50,000? (4 נק')
- ב. נמלה מצולמת בקנה מידה 1:6 כך שגודלה בתמונה הוא 9 ס"מ. מהו גודלה במציאות? (4 נק')

שאלה 8:

נתון: ABCDEF משושה משוכלל. G נמצאת על המשך הצלע AB.

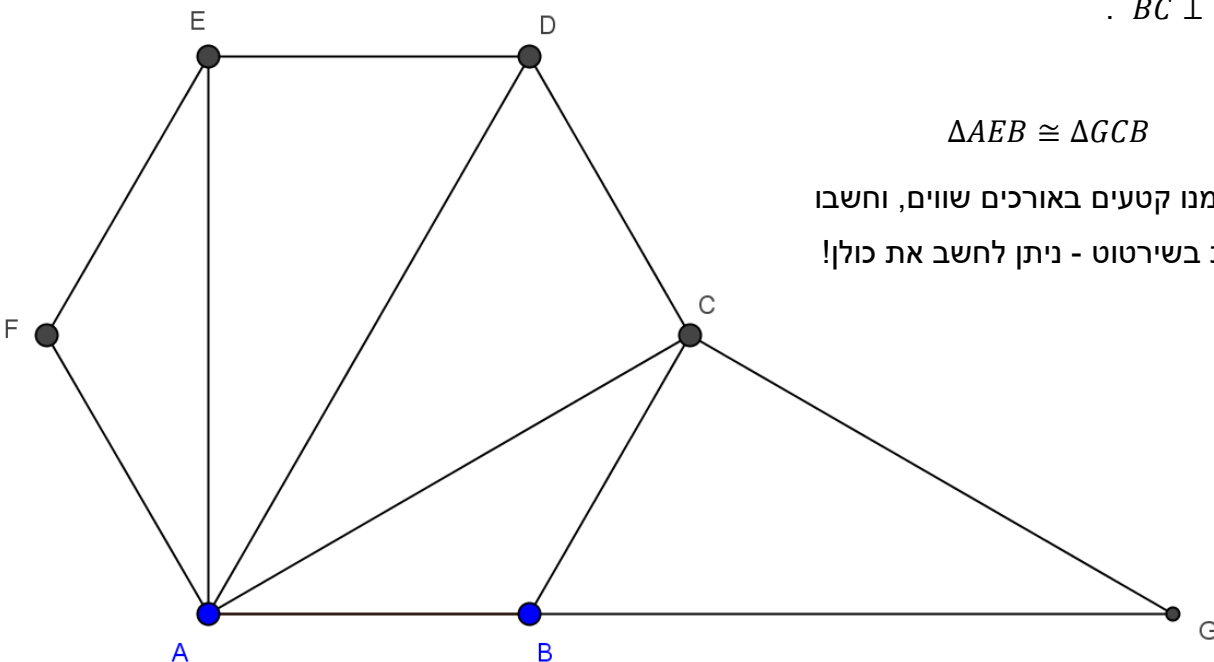
$$\angle AEF = 30^\circ$$

הקטעים EA, DA, CA מחלקים את  $\angle FAB$  ל-4 זוויות שוות.

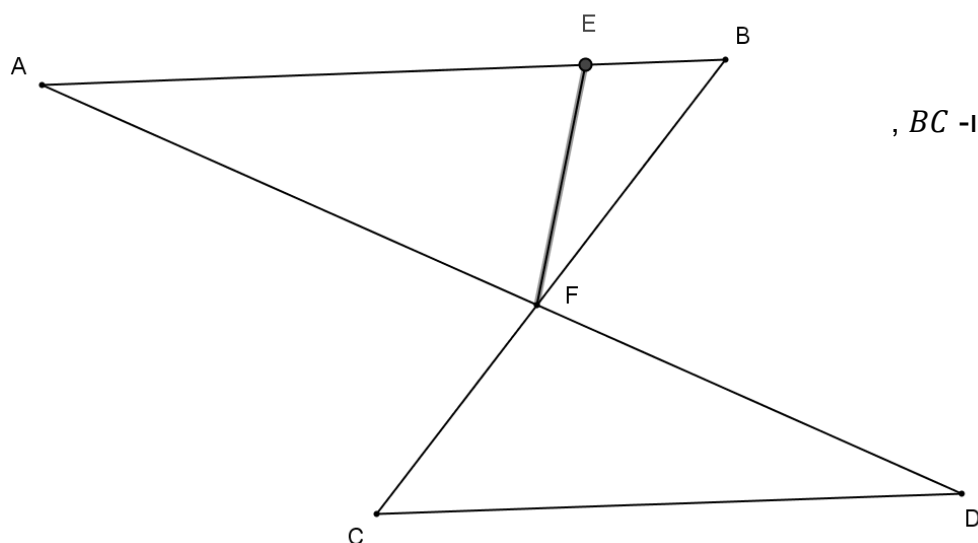
$$BC \perp CG$$

הוכיחו:  $\triangle AEB \cong \triangle GCB$

הדרכה: סמנו קטעים באורכים שווים, וחשבו את הזוויות בשירטוט - ניתן לחשב את כולן!



שאלה 9:



נתון:  $AB \parallel CD$ ,  
 F היא נקודת החיתוך של AD ו-BC,  
 $\sphericalangle EAF = \sphericalangle EFB$ .

- א. הוכיחו:  $\triangle DFC \sim \triangle FEB$ .
- ב. נתונים בנוסף היחסים הבאים:  $EB : BF = 2 : 5$ ,  $FB : FC = 5 : 4$ . מצאו את יחס הדמיון של המשולשים מסעיף א'.
- ג. ידוע כי  $a$  סמ"ר  $= S_{\triangle CFB}$ , מצאו ביטוי אלגברי ל-  $S_{\triangle FEB}$ .
- ד. נתון:  $CD = 15$  ס"מ. חשבו את אורך  $CB$ . (הדרכה:  $CB = CF + FB$ ).
- ה. מצאו ביטוי אלגברי ל-  $S_{\triangle AEF}$ .

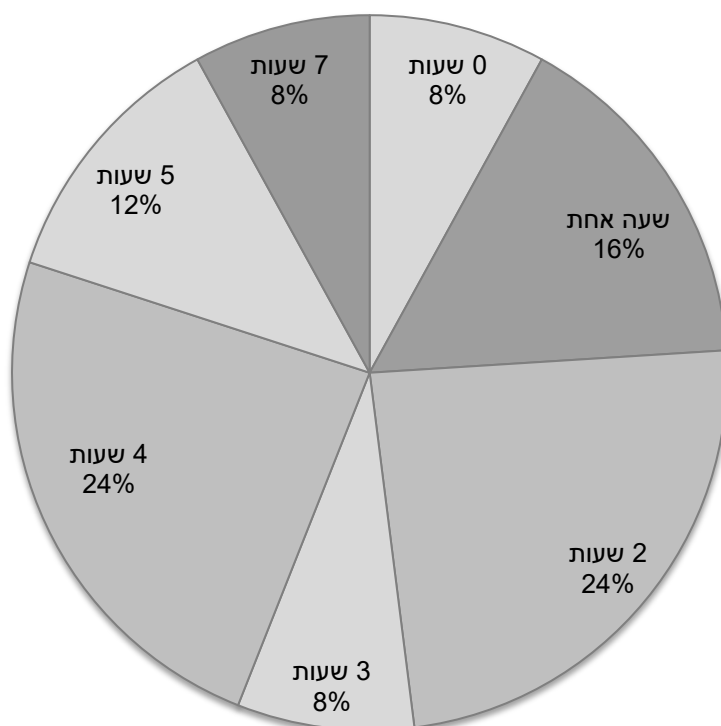
שאלה 10:

תלמידי כיתות ז' ו- ח' השתתפו בשלושה ימים של פעילות במסגרת שבוע המעשים הטובים.

- א. **שכבת ז'**: ביום הראשון השתתפו  $a$  תלמידי ז' בפעילות. ביום השני השתתפו 20% פחות מאשר ביום הראשון, וביום השלישי השתתפו 10% יותר מאשר ביום השני. מצאו ביטוי אלגברי למספר תלמידי כיתות ז' שהשתתפו ביום השני וביום השלישי.
  - ב. **בשכבת ח'**, השתתפו ביום השני 20% פחות מאשר ביום הראשון, וביום השלישי השתתפו 50% יותר מאשר ביום השני.
- (1) מה היחס בין מספר התלמידים משכבת ח' שהשתתפו ביום השני והשלישי **ביחד** לבין מספר התלמידים משכבת ח' שהשתתפו ביום הראשון?
- (2) ידוע שביום הראשון השתתפו 6 תלמידים יותר מאשר ביום השני. כמה תלמידים משכבת ח' השתתפו בסה"כ בכל שלושת ימי הפעילות?

## שאלה 11:

תלמידי שכבת ח' נשאלו לגבי כמות השעות שהם לומדים ביום שלפני מבחן במתמטיקה. התוצאות מופיעות בדיאגרמת העוגה הבאה:



ידוע כי בדיוק 12 תלמידים למדו שעה אחת.

- בנו טבלת שכיחויות לנתונים.
- מצאו את כמות שעות הלמידה הממוצעת, השכיחה והחציונית.
- תנו דוגמה לשתי קבוצות שונות של 10 תלמידים (כלומר, רשמו את כמות שעות הלמידה שלהם) שניתן להוציא מהסקר, כך שהממוצע של התלמידים שיישארו יהיה זהה לממוצע של כלל הכיתה.
- תנו דוגמה לשתי קבוצות שונות של תלמידים שניתן להוציא מהסקר, כך שממוצע שעות הלמידה של התלמידים שיישארו יקטן בשעה אחת.
- בוחרים באקראי תלמיד מהשכבה.

- מה ההסתברות שהתלמיד שנבחר למד 4 שעות?
- מה ההסתברות שהתלמיד שנבחר למד יותר מ- 4 שעות?
- מה ההסתברות שהתלמיד שנבחר למד מספר שעות זוגי?
- מה ההסתברות שהתלמיד שנבחר למד פחות מ- 8 שעות?



שאלה 12:

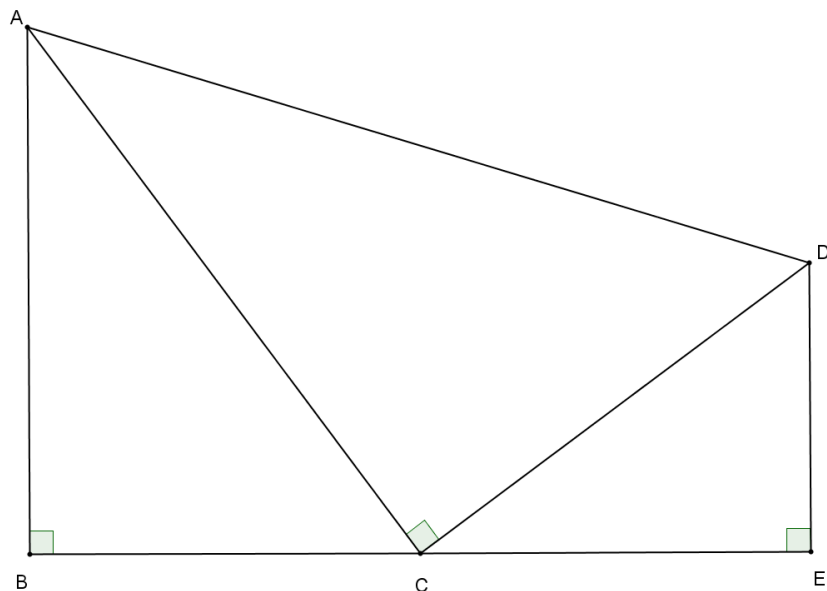
נתון טרפז ישר-זווית  $ADEB$

(  $\sphericalangle B = \sphericalangle E = 90^\circ$  ,  $AB \parallel ED$  )

נתון גם:

$AC$  חוצה זווית  $BAD$  ,

$\sphericalangle ACD = 90^\circ$  .



א. הוכיחו:  $\triangle ABC \sim \triangle ACD$  .

ב. הוכיחו:  $\triangle ACD \sim \triangle CED$  .

ג. נתון גם:  $AB = 8$  ס"מ ,  $BC = 6$  ס"מ .

חשבו את אורכי הקטעים:  $AC$  ,  $DC$  ,  $AD$  ,  $CE$  ,  $DE$  .

ד. חשבו את שטח הטרפז  $ADEB$  .

שאלה 13: אוסף תרגילים בסטטיסטיקה והסתברות

1. לפניכם רשימה של ציונים שהתקבלו בכיתה מסוימת:  
 2, 8, 7, 6, 8, 8, 2, 6, 6, 6, 7, 7, 2, 2, 8, 10
- א. סדרו את הציונים בטבלת שכיחויות.  
 ב. מהו חציון הציונים? נמקו.  
 ג. חשבו את ממוצע הציונים בכיתה.  
 ד. סרטטו דיאגרמת מקלות (עמודות) של התפלגות הציונים.  
 ה. בוחרים באקראי תלמיד אחד מהכיתה. מהי ההסתברות שציונו גבוה מ-7?

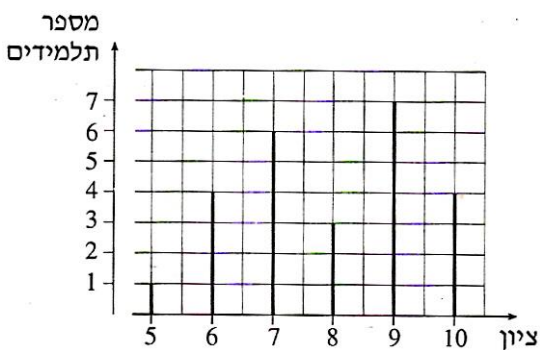
2. בטבלה שלפניכם מתוארת התפלגות הציונים של תלמידים בכיתה מסוימת.

ציון	10	9	8	7	6	5	4
מספר התלמידים	3	5	6	x	6	1	2

השכיחות היחסית של התלמידים שקיבלו ציון 6 היא 20%.

- א. חשבו את מספר התלמידים בכיתה.  
 ב. חשבו את מספר התלמידים שקיבלו ציון 7.  
 ג. מהו הציון השכיח? נמקו.  
 ד. מהו חציון הציונים? נמקו.  
 ה. חשבו את ממוצע הציונים בכיתה.  
 ו. מהי השכיחות היחסית (באחוזים) של התלמידים שקיבלו ציון 9?

3. לפניכם דיאגרמת מקלות המתארת את התפלגות הציונים בתנ"ך בכיתה מסוימת.



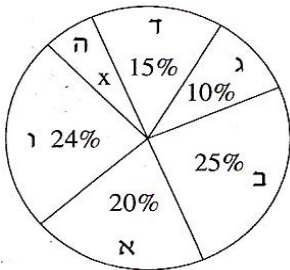
- א. כמה תלמידים בכיתה?  
 ב. מהו ממוצע הציונים בתנ"ך בכיתה?  
 ג. מהו חציון הציונים? נמקו.  
 ד. מהו הציון השכיח? נמקו.  
 בוחרים באקראי תלמיד אחד מהכיתה.  
 ה. מהי ההסתברות שציונו נמוך מהממוצע?  
 ו. האם ההסתברות שציונו גבוה מ-9 שווה להסתברות שציונו נמוך מ-6? נמקו.  
 ז. מהי ההסתברות שציונו בין 6 ל-9 (כולל)?

4. בטבלה שלפניכם מתוארת ההתפלגות של מספר הילדים במשפחה ביישוב מסוים.

מספר הילדים במשפחה	1	2	3	4	5
מספר המשפחות	4	8	12	6	2

- סרטטו דיאגרמת מקלות של התפלגות מספר הילדים במשפחה ביישוב.
- חשבו את מספר הילדים הממוצע למשפחה ביישוב.
- מהו חציון מספר הילדים במשפחה? נמקו.
- מהו המספר השכיח של ילדים במשפחה? נמקו.
- בוחרים באקראי משפחה אחת מהיישוב. מהי ההסתברות שבמשפחה שנבחרה יש או 2 ילדים או 3 ילדים?
- מהי השכיחות היחסית של המשפחות שבהן יש יותר מ- 3 ילדים?

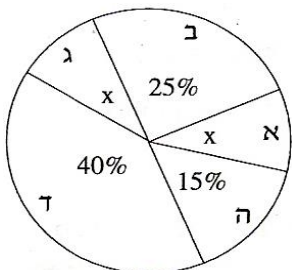
5. בבחירות לעירייה התמודדו שש רשימות. תוצאות הבחירה מתוארות בדיאגרמת העיגול שלפניכם.



הרשימות מסומנות באותיות: א, ב, ג, ד, ה, ו.

- איזה אחוז מן הקולות קיבלה רשימה ה?
- האם לגוש הרשימות ג, ד ו-ה יש רוב בעירייה? נמקו.
- רשימות ב ו-ד הקימו גוש. מצאו רשימה מבין הרשימות האחרות, שאם היא תצטרף לגוש זה היא תיתן לו רוב בעירייה (רשמו את כל האפשרויות).
- רשימות א ו-ב הקימו גוש. בוחרים באקראי מצביע אחד מאוכלוסיית המצביעים לעירייה. מהי ההסתברות שהוא הצביע עבור הגוש של הרשימות א ו-ב?

6. במדינה מסוימת נערך מפקד אוכלוסין. התפלגות התושבים לחמשת המחוזות של המדינה מתוארת בדיאגרמת העיגול שלפניכם.



המחוזות מסומנים בדיאגרמה באותיות: א, ב, ג, ד, ה.

- במחוז א ובמחוז ג יש אותו מספר תושבים. איזה אחוז מן התושבים נמצא בכל אחד מהמחוזות א ו-ג?
- בוחרים באקראי אדם במדינה. מהי ההסתברות שהוא שייך למחוז א, או למחוז ב, או למחוז ג?
- במחוז ב יש 1.5 מיליון תושבים. כמה תושבים יש במדינה?

7. במסיבת פורים במפעל מסוים נמכרו 500 כרטיסי הגרלה. הפרסים שחולקו בהגרלה היו: 1 מכונית, 4 מחשבים, 10 חופשות סוף שבוע, 25 שעוני קיר.

- א. מהי ההסתברות ליזכות במכונית?
- ב. מהי ההסתברות ליזכות בשעון קיר?
- ג. מהי ההסתברות ליזכות בפרס כלשהו?
- ד. מהי ההסתברות לא ליזכות כלל בפרס?

8. זורקים שתי קוביות משחק רגילות.

- א. מהי ההסתברות שסכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה 12?
- ב. מהי ההסתברות שסכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה 7?
- ג. מהי ההסתברות ששתי הקוביות יראו אותו מספר?
- ד. מהי ההסתברות שסכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה גדול מ-9?
- ה. מהי ההסתברות שבדיוק קובייה אחת תראה 6?
- ו. מהי ההסתברות שלכול היותר קובייה אחת תראה 6?