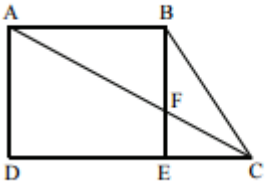
שם התלמיד/ה:_.

<u>עבודת קיץ למסיימי כיתה י,' 4 יח"ל</u>

גיאומטריה במישור

1.

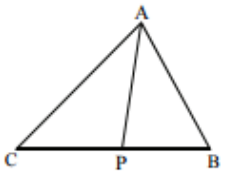
לפניך טרפז ישר-זווית $ABCD$ $(AB\parallel DC\ ,\ \sphericalangle ADC=90^\circ)$.
BE הוא הגובה לבסיס DC.
האלכסון AC חוצה את הזווית BCD,
וחותך את הגובה BE בנקודה F.
נתון: $S_{EFC}=2$ סמ"ר $,\ \frac{BC}{EC}=4$.



א. חשב את שטח המשולש ABF.
ב. חשב את שטח המלבן $ABED$.

2.

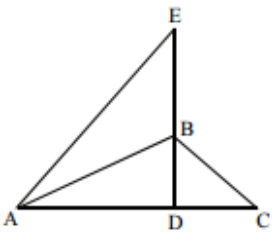
בציור שלפניך נתון: $AC=15$ ס"מ $,\ AB=12$ ס"מ,
$PB=8$ ס"מ $,\ CP=10$ ס"מ.
א. הוכח: AP חוצה את הזווית BAC.
ב. הוכח: $\Delta ABP\sim\Delta CBA$.
ג. חשב את אורך הקטע AP.



תשובה: ג. 10 ס"מ.

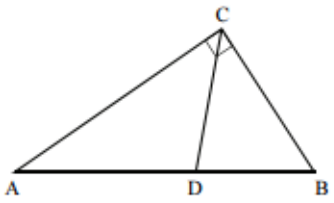
3.

במשולש ABC, הגובה לצלע AC הוא BD.
נקודה E נמצאת על המשך הגובה BD,
כך ש-AB חוצה את הזווית EAC (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle BCA=2\cdot\sphericalangle BAC$.
א. הוכח: $BC\cdot ED=BD\cdot EA$.
ב. היעזר בנתונים ובסעיף א',
והוכח: $BC\cdot ED=AD\cdot BE$.



שם התלמיד/ה:_.

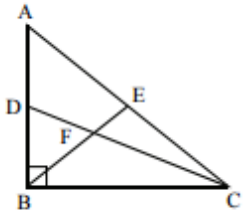
4.



במשולש ישר-זווית ACB $(\sphericalangle ACB = 90^\circ)$
CD חוצה-זווית ACB (ראה ציור).
א. (1) הוכח: $DB \cdot AC = BC \cdot AB - BC \cdot DB$.
(2) נתון: $BC = 21$ מ"מ , $AC = 28$ מ"מ.
חשב את האורך של הקטע DB.
ב. מקדקוד C מורידים אנך ליתר AB.
האנך חותך את היתר
בנקודה N. הוכח כי $\frac{CN}{AC} = \frac{BC}{AB}$.
ג. חשב את האורך של הקטע DN.

תשובה: א. (2) 15 מ"מ. ג. 2.4 מ"מ.

5.



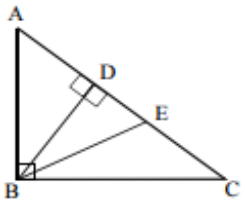
משולש ABC הוא משולש ישר-זווית
$(\sphericalangle ABC = 90^\circ)$. BE הוא תיכון לצלע AC,
ו- CD הוא תיכון לצלע AB.
התיכונים BE ו- CD נחתכים בנקודה F.
א. חשב את היחס $\frac{FB}{AC}$.
ב. חשב את היחס בין היקף המשולש BFC
להיקף המשולש EFD.
ג. נתון גם כי הנקודה M היא אמצע הקטע FC, והנקודה N היא אמצע הקטע FB. הוכח כי המרובע $DEMN$ הוא מקבילית.

תשובה: א. $\frac{1}{3}$. ב. 2.

שם התלמיד/ה:_____

טריגונומטריה במישור

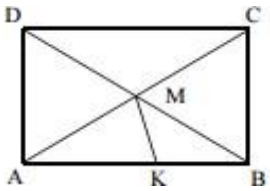
1.



במשולש ישר-זווית ABC נתון: $AB = 6$ ס"מ, $\sphericalangle ABC = 90^\circ$, $\sphericalangle BAC = \alpha$. BD הוא גובה ליתר.
BE הוא חוצה-זווית של $\sphericalangle DBC$.
הבע את אורך הקטע EC באמצעות α.

תשובה: $6\sin\alpha(\tan\alpha - \tan\frac{\alpha}{2})$.

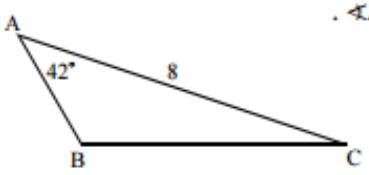
2.



במלבן ABCD נתון: $AB = 8.4$ ס"מ, $AC = 10$ ס"מ, $AM = AK$.
חשב את אורך הקטע MK.

תשובה: 2.828 ס"מ.

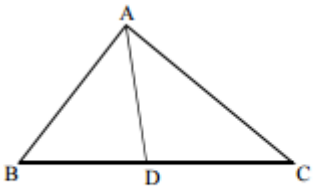
3.



במשולש ABC נתון: $AC = 8$ ס"מ, $\sphericalangle A = 42^\circ$.
והצלע BC ארוכה ב-5 ס"מ מהצלע AB.
א. חשב את אורך הצלע BC.
ב. BD הוא תיכון לצלע AC.
חשב את שטח המשולש BCD.

תשובה: א. 6.782 ס"מ. ב. 2.385 סמ"ר.

4.



AD הוא חוצה-זווית A במשולש ABC
(ראה ציור). נתון: $\sphericalangle BAC = 50^\circ$,
$BD = 4$ ס"מ, $DC = 5$ ס"מ.
א. מצא את היחס בין הצלע AC לצלע AB.
ב. מצא את אורך הצלע AB.

תשובה: א. 5:4. ב. 9.207 ס"מ.

שם התלמיד/ה:_.

גיאומטריה אנליטית

1.

במשולש ABC משוואת הצלע BC היא $y=\frac{1}{4}x+\frac{11}{4}$. נתון: $A(-1;11)$.
AD הוא הגובה לצלע BC. מצא את שיעורי הנקודה D.

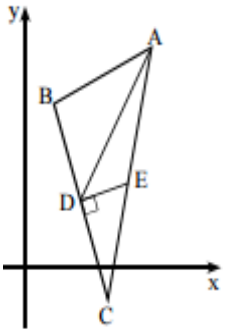
תשובה: $(1;3)$.

2.

במשולש ABC משוואת הגובה לצלע AB היא $y=2x-5$ ומשוואת הגובה לצלע AC היא $3y-x=0$.
אחד מקדקודי המשולש הוא בנקודה $(13;-9)$.
א. איזה מקדקודי המשולש הוא בנקודה $(13;-9)$?
ב. מצא את שני הקדקודים האחרים של המשולש.

תשובה: א. A. ב. $B(-3;-1)$, $C(7;9)$.

3.



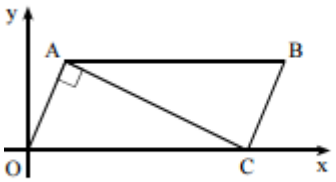
במשולש ABC DE הוא אנך אמצעי לצלע BC.
משוואת התיכון AD היא $y=\frac{5}{3}x-\frac{4}{3}$.
משוואת DE היא $y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$.
משוואת הצלע AB היא $y=\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}$.
מצא את שיעורי הקדקודים A, B ו-C.

תשובה: $A(5;7)$, $B(1;5)$, $C(3;-1)$.

שם התלמיד/ה:_.

4.

נתונה מקבילית $OABC$. קדקוד O בראשית הצירים. משוואת הצלע AB היא $y=4$. נתון: $\sphericalangle OAC=90^\circ$, $C(10;0)$.



א. מצא את השיעורים של הקדקוד A (רשום את שתי האפשרויות).

ב. חשב את שטח המקבילית, עבור כל אחת מהאפשרויות שמצאת בסעיף א'.

תשובה: א. $(2;4)$ או $(8;4)$. ב. 40 יח"ר או 40 יח"ר.

5.

קדקודי המרובע $ABCD$ הם: $A(8;6)$, $B(12;4)$, $C(11;1)$, $D(5;4)$.

א. הוכח שהמרובע הוא טרפז.

ב. חשב את אורך הגובה היורד מקדקוד A לצלע DC.

ג. חשב את שטח הטרפז.

תשובה: ב. $\sqrt{9.8}$. ג. 17.5.

שם התלמיד/ה:_____

חשבון דיפרנציאלי (פולינומים)

1.

לגרף הפונקציה $y=ax^2+1$ מעבירים משיק בנקודה $x=1$.
א. הבע באמצעות a את משוואת המשיק.
ב. המשיק שמצאת בסעיף א' חותך את ציר ה-x בנקודה שבה $x=2$.
מצא את a.

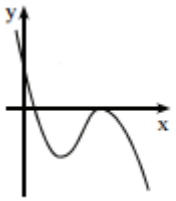
תשובה: א. $y=2ax+1-a$. ב. $-\frac{1}{3}$.

2.

נתונה הפונקציה $f(x)=-x^3+15x^2-63x+49$.
א. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון,
תחומי עלייה וירידה, נקודת חיתוך עם ציר ה-y.
ב. הראה שאחת מנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x היא $(1;0)$.
ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ד. כמה נקודות משותפות יש לגרף הפונקציה ולציר ה-x?

<u>תשובות</u>:

א. תחום הגדרה: כל x.
נקודות קיצון: $(3;-32)$ מינימום,
$(7;0)$ מקסימום.
עלייה: $3<x<7$; ירידה: $x>7$ או $x<3$.
נקודת חיתוך: $(0;49)$.
ד. בשתי נקודות.



3.

נתונה הפונקציה $y=x^4-4x^2$.
א. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, נקודות
חיתוך עם הצירים.
ב. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
ג. מצא לאילו ערכים של k, הפונקציה חותכת את הישר $y=k$:
(1) ב-4 נקודות. (2) ב-3 נקודות. (3) ב-2 נקודות. (4) באף נקודה.

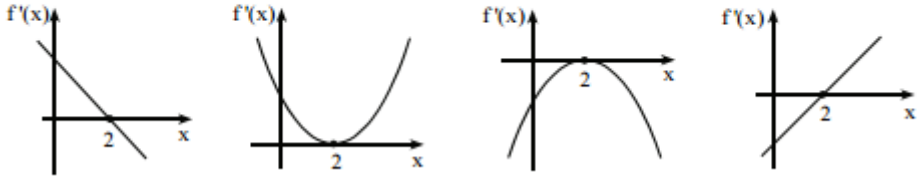
<u>תשובות</u>:

א. תחום הגדרה: כל x. נקודות קיצון: $(\sqrt{2};-4)$ מינימום, $(0;0)$ מקסימום,
$(-\sqrt{2};-4)$ מינימום. נקודות חיתוך: $(2;0)$, $(0;0)$, $(-2;0)$.
ב. חיוביות: $x>2$ או $x<-2$, שליליות: $-2<x<2$, $x\neq 0$.
ג. (1) $-4<k<0$. (2) $k=0$. (3) $k>0$ או $k=-4$. (4) $k<-4$.

שם התלמיד/ה:_.

4.

. לפונקציה $f(x)$ יש רק נקודת קיצון אחת והיא נקודת מקסימום ב- $x=2$.
א. מהו הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור $x<2$?
ב. איזה מן הגרפים הבאים (1, 2, 3, 4) יכול לתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$? נמק את בחירתך.



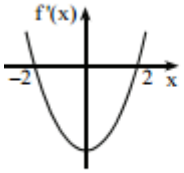
גרף 1 גרף 2 גרף 3 גרף 4

<u>תשובות</u>:

א. חיובי. ב. גרף 1.

5.

בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.

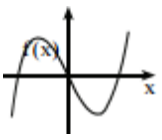


א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
ג. נתון גם: $f(0)=0$. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

<u>תשובות</u>:

א. עלייה: $x>2$ או $x<-2$,
ירידה: $-2<x<2$.
ב. $x=-2$ מקסימום, $x=2$ מינימום.

ג.



שם התלמיד/ה:_.

6. לגבי הפונקציה הבאה: $y = \frac{x^2 + x + 9}{x}$

א. מצא את תחום הגדרתה.

ב. מצא את נקודות הקיצון שלה וקבע את סוגן

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה שלה.

7. נתונה הפונקציה הבאה: $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$

א. מצא את תחום הגדרה.

ב. מצא את משוואת המשיק בנקודה x=0

8. לגרף הפונקציה $y = (x-2)^5$ מעבירים שני משיקים בעלי שיפוע 80.
א. מצא את שיעורי נקודות ההשקה.
ב. מצא את משוואות המשיקים.

תשובה: א. $(0;-32)$, $(4;32)$. ב. $y = 80x - 32$, $y = 80x - 288$.

שם התלמיד/ה:_.

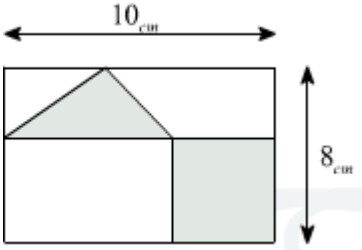
בעיות ערך קיצון

1.

<u>קיץ 2002 מועד ב'</u>

בתוך מלבן שאורכו 10 ס"מ ורוחבו 8 ס"מ
חסומים ריבוע ומשולש.

מהו סכום השטחים המינימלי
של הריבוע והמשולש?



2.

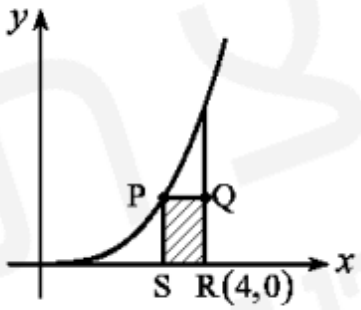
הסכום של שני מספרים חיוביים הוא 24.

מה צריכים להיות שני המספרים, כדי שמכפלת אחד מהם בריבוע של האחר תהייה מקסימלית?

<u>פתרון</u>: 16-ו8

3.

) על גרף הפונקציה $y=\frac{1}{2}x^3$ $(x\geq 0)$ בוחרים
נקודה P , ומורידים ממנה אנך לציר
ה- x ואנך לקו הישר $x=4$, כך שנוצר
מלבן $PQRS$ (ראה ציור) . מה צריכים להיות
שיעורי הנקודה P בתחום $0\leq x\leq 4$,
כדי ששטח המלבן $PQRS$ יהיה מקסימלי ?

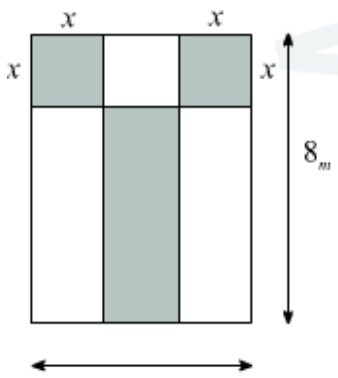


4.

באולם יש חלון מלבני גדול,
שמידותיו הם 8 מטר ו 6 מטר.
רוצים להרכיב בחלון זכוכית משני סוגים:
בשטחים האפורים שבציור זכוכית צבעונית שמחירה
60 שקלים למ"ר ובשטחים הלבנים שבציור זכוכית שקופה,
שמחירה 20 שקלים למ"ר.

א. מה צריך להיות גודלו של x (ראה ציור)ת כדי שהמחיר
הכולל של הזכוכית בחלון יהיה מינימלי?

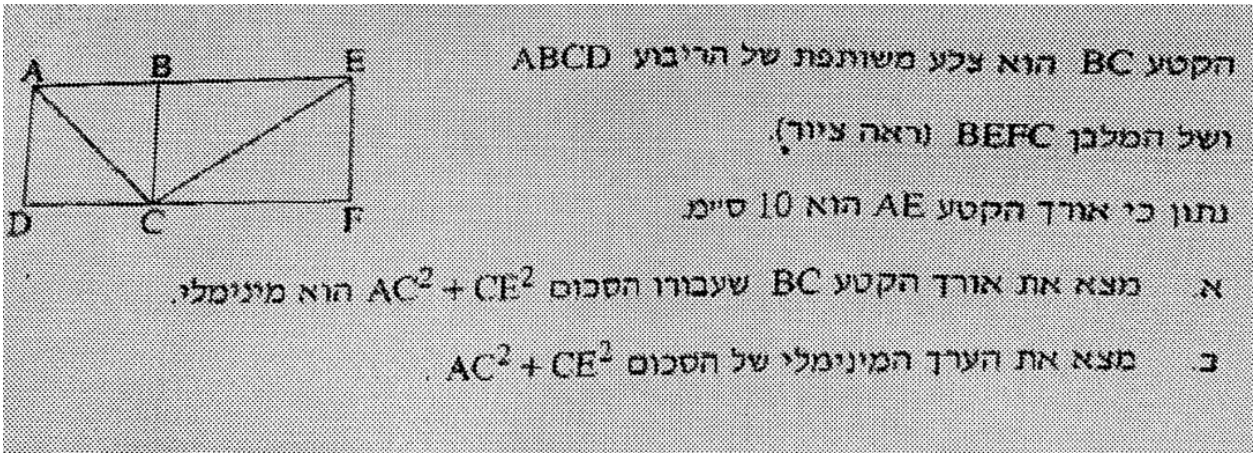
ב. מהו המחיר הכולל המינימלי שיש לשלם עבור הזכוכית בחלון?



<u>פתרון</u>:
א. 2.75 מטר ב. 1670 שקלים

שם התלמיד/ה:_.

5.



הקטע BC הוא צלע משותפת של הריבוע $ABCD$
ושל המלבן $BEFC$ (ראה ציור).
נתון כי אורך הקטע AE הוא 10 ס"מ.

א. מצא את אורך הקטע BC שעבורו הסכום $AC^2 + CE^2$ הוא מינימלי.

ב. מצא את הערך המינימלי של הסכום $AC^2 + CE^2$.

שם התלמיד/ה:_.

בעיות תנועה

1. רכבת עוברת מדי יום מרחק של 240 ק״מ בנוסעה במהירות קבועה. יום אחד הקטינה הרכבת את מהירותה ב- 20 קמ״ש, לכן נסעה שעה אחת יותר כדי לעבור את המרחק הנ״ל. חשב את מהירותה הקבועה של הרכבת.

תשובה: 80 קמ"ש

2. רוכב אופניים יצא מביתו בשעה 7:00 בבוקר ונסע במהירות של 27 קמ״ש. בשעה 8:36 בבוקר, יצא מאותו המקום רוכב אופנוע ונסע באותו כיוון של רוכב האופניים במהירות של 45 קמ״ש.
באיזו שעה ובאיזה מרחק השיג רוכב האופנוע את רוכב האופניים ?

תשובה: בשעה 11:00 בבוקר במרחק של 108 ק"מ

3. המרחק בין שתי ערים הוא 450 ק״מ. משאית יצאה לדרכה מעיר אחת לשנייה. לאחר שנסעה במהירות קבועה במשך שעתיים, נאלצה להתעכב במשך רבע שעה בגלל תקלה. לאחר תיקון התקלה המשיכה המשאית מיד בדרכה, אך במהירות קבועה הגדולה ב- 5 קמ״ש ממהירותה הקודמת. המשאית הגיעה לעיר השניה בדיוק בזמן שתוכנן מראש. מה היתה מהירות המשאית לפני התקלה ?

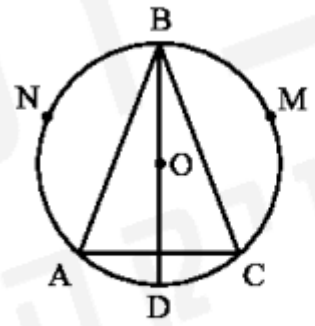
תשובה: 75 קמ"ש

4. המרחק בין שני מקומות A ו- B הוא 80 ק״מ.
שני רוכבי אופניים, שיצאו בו-זמנית, האחד מהנקודה A והשני מהנקודה B, נסעו זה לקראת זה במהירויות קבועות ונפגשו אחרי שעתיים וחצי. הרוכב שיצא מ- A עבר את כל הדרך עד B בשעתיים ו- 40 דקות פחות מאשר הרוכב שיצא מ- B לכיוון A. מצא את המהירות של כל אחד מרוכבי האופניים.

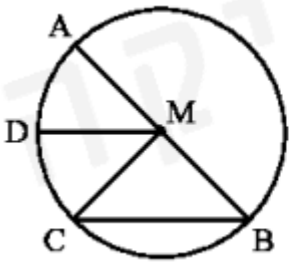
תשובה: 20 קמ"ש ו-12 קמ"ש

שם התלמיד/ה:_.

<u>מעגלים</u>



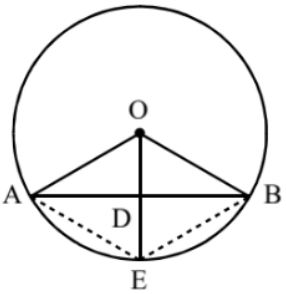
1. במעגל שמרכזו O חסום משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = BC$).
הקטע BO חותך את המעגל בנקודה D.
(א) הוכח: $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DC}$
(ב) M ו- N נקודות על המעגל כך ש- $\overset{\frown}{BN} = \overset{\frown}{BM}$.
הוכח: $\overset{\frown}{ND} = \overset{\frown}{MD}$.



2. AB הוא קוטר במעגל שמרכזו M.
C ו- D נקודות על המעגל כך ש- $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DC}$.
הוכח: $BC \parallel MD$.



3. במעגל O נתון: $BK \perp AO$,
$BF \perp CO$, $BK = BF$.
הוכח: נקודה B נמצאת באמצע הקשת $\overset{\frown}{AC}$.



4. AB הוא מיתר במעגל שמרכזו בנקודה O.
רדיוס המעגל הוא 8 ס"מ.
נתון: $\overset{\frown}{AB} = 120^\circ$, D אמצע המיתר AB.
המשך הקטע OD חותך את המעגל בנקודה E.
א. מהו מרחק הנקודה O מהמיתר AB?
ב. חשב את הזווית DAE.