

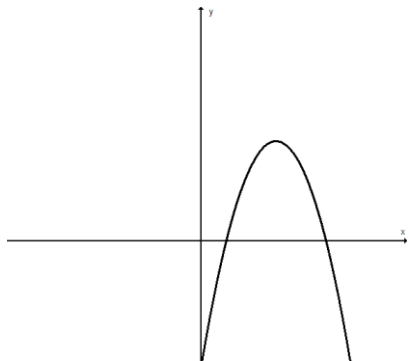
עבודת קיץ לבוגרי כיתה ט' תשע"ו

לקראת הלימודים ברמת 5 יחידות לימוד

פונקציות

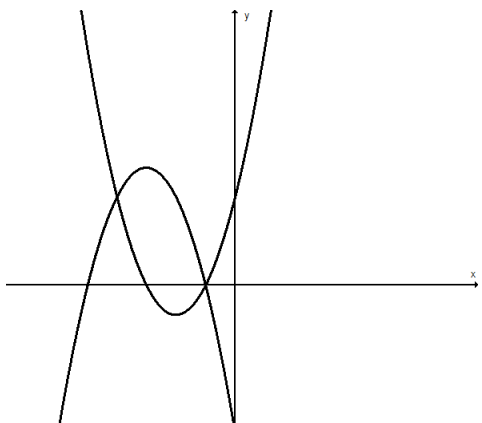
1. נתונה הפונקציה: $f(x) = -(x - 3)^2 + 4$

- א. תנו דוגמה של פונקציה קבועה שחותכת את גרף הפונקציה f בשתי נקודות.
ב. רשמו את שתי נקודות החיתוך של הפונקציה הריבועית f והפונקציה הקבועה.



2. א. חשבו את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות:
 $f(x) = (x + 2)^2 - 1$ ו- $g(x) = -(x + 3)^2 + 4$

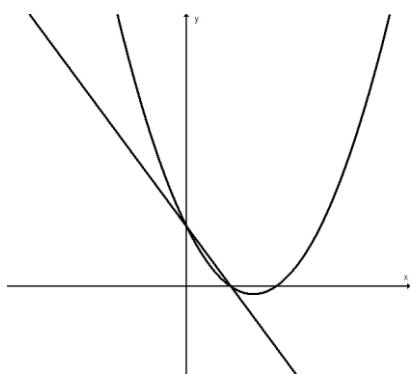
- ב. קבעו באיזה תחום $f(x) < g(x)$



3. א. חשבו את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 \quad \text{ו-} \quad g(x) = -2x + 2$$

- ב. קבעו באיזה תחום $f(x) > g(x)$



4. נתונה הפרבולה $y = (2 - x)(x + 7)$

- א. מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר x
- ב. באיזה תחום הפונקציה חיובית?
- ג. כתבו את פונקציית הקו הישר העובר דרך קדקוד הפרבולה הנתונה ונקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר y .

5. גרף הפונקציה $h(x)$ נוצר על ידי הזזת הפונקציה $f(x) = x^2$.

- נקודות האפס של הפונקציה (נקודות חיתוך עם ציר ה- x) הן $(2,0)$ ו $(8,0)$ וקדקוד הפרבולה $h(x)$ מונח על הישר $y = -9$.
- א. מהם שיעורי הקדקוד של הפרבולה $h(x)$?
 - ב. רשמו את משוואת הפרבולה $h(x)$.
 - ג. סרטטו את גרף הפונקציה $h(x)$.
 - ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $h(x)$.
 - ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
 - ו. בכמה יחידות יש להזיז את הפרבולה $h(x)$ כלפי מעלה, כדי שתתקבל פרבולה שיש לה נקודת אפס אחת? מהם שיעורי נקודת האפס הזו?

6. נתונה המשוואה $t^2x^2 - 9x + 9 = 0$ (t פרמטר)

- שימו לב – הסעיפים הבאים אינם קשורים זה לזה.
- א. מה צריך להיות הערך של t כך שלמשוואה יהיה פתרון ממשי יחיד? נמקו.
 - ב. הציבו $t = -2$ כמה פתרונות יש למשוואה?
 - ג. ידוע כי ציר הסימטריה של הפרבולה הוא $x = 4.5$ מצאו את קודקוד הפרבולה ואת סוגו (מינימום או מקסימום).
 - ד. מה צריך להיות הערך של t על מנת שלמשוואה יהיו אותם פתרונות כמו למשוואה $x^2 - x + 1 = 0$?

7. נתון גרף הפונקציה $y = -x^2 + 2x + 3$,

הנקודה A היא נקודת הקדקוד, הנקודות B, C הן נקודות החיתוך

עם ציר x.

א. כתבו את משוואות הקווים הישרים

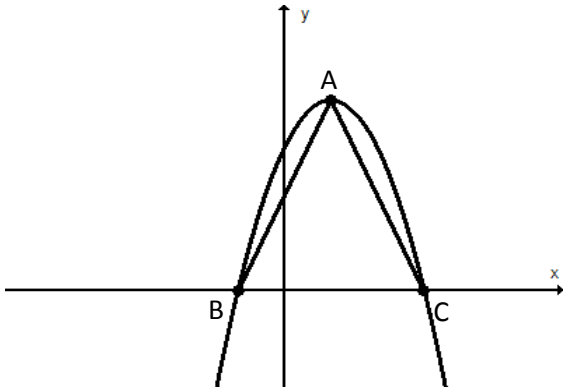
שעליהם

מונחים הקטעים AB, AC

ב. איזה סוג משולש הוא משולש ABC?

נמקו.

ג. חשבו את שטח המשולש ABC.



8. נתונות הפונקציות $f(x) = x^2 + 10x + 16$

ו- $g(x) = 2x + 9$. הגרפים של הפונקציות

משורטטים.

א. שרטטו משולש ABC וחשבו את שטחו.

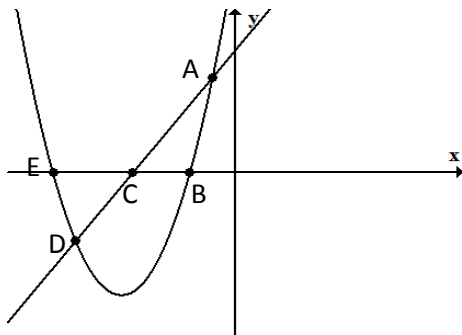
ב. שרטטו משולש DEC וחשבו את שטחו.

ג. חשבו את שטח המרובע ABDE

ד. מצאו את משוואת הקו הישר העובר דרך

הנקודות D ו-B.

ד. מצאו את התחום המשותף בו $f(x) < 0$ וגם $g(x) < 0$



9. נתונה הפונקציה: $y = a(x - 3)^2 + k$

הציבו במקום הפרמטרים a ו-k ערכים לפי התנאים הבאים: (יש יותר מאפשרות

אחת)

א. לפונקציה נקודת מקסימום והיא חותכת את ציר x בשתי נקודות שונות

ב. לפונקציה נקודת מינימום והיא אינה חותכת את ציר x

ג. לפונקציה נקודת מינימום והיא חותכת את ציר y בנקודה $(0, -1)$

ד. לפונקציה נקודת מקסימום והיא משיקה לציר x בנקודה אחת.

אלגברה

10. אם $(x + 4)(3x - 1) = ax^2 + bx + c$ מה הערך של $a + b + c$?
i. -1 ii. 10 iii. 18 iv. 23

11. הסבירו מדוע מתקיים השוויון $x + \frac{x^2 + 1}{2} = \frac{1}{2}(x + 1)^2$

12. נתונים שני מספרים חיוביים a, b .
א. הסבירו בדרך אלגברית מדוע ריבוע הסכום שלהם גדול מסכום הריבועים שלהם.
ב. בכמה קטן סכום הריבועים מריבוע הסכום?

13. נתונה המשוואה: $\frac{4x^2 - 12x + 9}{2x - 3} - \frac{x - 3}{2x} = x$

לפניכם אחד מהשלבים בפתרון של המשוואה:

תחום הצבה: $x \neq 0, 1.5$

$$\frac{4x^2 - 12x + 9}{2x - 3} - \frac{x - 3}{2x} = x$$

$$2x(2x - 3) - (x - 3) = 2x^2$$

א. האם השלב המוצג נכון? אם כן, הסבירו כיצד הוא מתקבל מהמשוואה.
ב. פתרו את המשוואה.

14. איזה מבין האי-שוויונות הבאים הוא האי-שוויון שהפתרון שלו הוא $x < -4$ או $x > 6$?

i. $x^2 + 2x - 24 > 0$ ii. $x^2 + 2x - 24 < 0$

iii. $-x^2 + 2x + 24 < 0$ iv. $-x^2 + 2x - 24 > 0$

$$\begin{cases} xy = 16 \\ x = 3y + 2 \end{cases}$$

15. פתרו את מערכת המשוואות:

16. נתונה מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} xy = 20 \\ x^2 + y^2 = 41 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 2xy + y^2 &= 81 && \text{עמית התחיל לפתור כך:} \\ (x + y)^2 &= 81 \end{aligned}$$

המשיכו את דרך הפתרון של עמית, או בחרו בדרך אחרת לפתור.

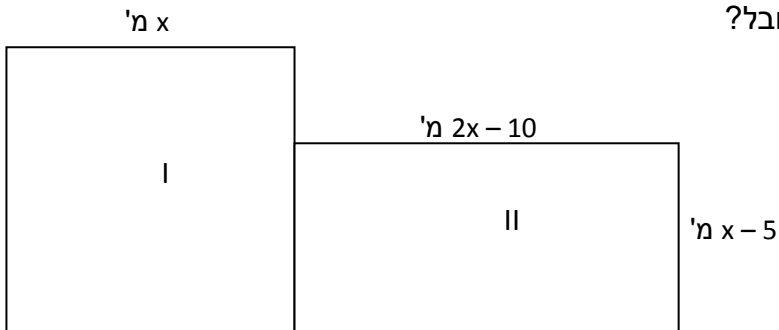
17. פתרו את המשוואות שלפניכם, רשמו תחום הצבה, הציגו את דרך הפתרון.

$$\frac{(x+5)^2 - 4}{x+3} = 0 \quad \text{א.}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{4}{3x^2 - 48} = \frac{5}{12 - 3x} \quad \text{ב.}$$

$$\frac{1}{x^2 - 4x + 4} = \frac{6}{x^2 + 4x + 4} - \frac{1}{x^2 - 4} \quad \text{ג.}$$

18. ליובל יש מגרש ריבועי (מסומן בשרטוט כמגרש I). הוא רכש מגרש מלבני הצמוד למגרשו (מסומן בשרטוט כמגרש II). שטח המגרש המלבני קטן ב-25 מ"ר משטח המגרש הריבועי שהיה ליובל בתחילה. מה היקף המגרש החדש של יובל?



19. מחיר ספר ומחברת 50 ₪. הספר התייקר ב- 20% והמחברת הוזלה ב- 10%. תלמיד קנה 2 ספרים ו- 5 מחברות ושילם 141 ₪. מה היה מחיר הספר ומה היה מחיר המחברת לפני השינויים?

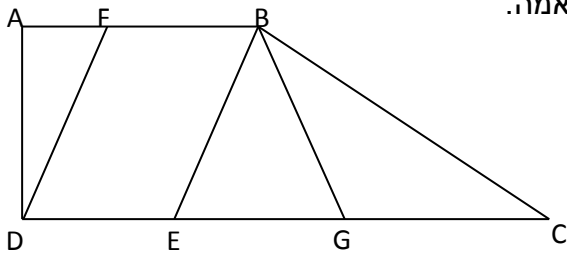
20. מכונית נסעה מתל אביב לאילת מרחק 360 ק"מ. עד סיבוב סדום (מרחק 160 ק"מ) נסעה במהירות קבועה. ביתרת הדרך מסדום לאילת הגדילה את מהירותה ב-20 קמ"ש.

בנסיעתה חזרה, נסעה כל הדרך במהירות קבועה, שהייתה קטנה ב-10% ממהירותה בקטע ת"א-סדום. הנסיעה בחזרה נמשכה שעה אחת יותר מאשר הנסיעה בקטע ת"א – אילת.

מצאו את מהירות המכונית בדרכה חזרה.

גיאומטריה

21. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle A = 90^\circ$, $CD \parallel AB$) ו-F ו-E הן נקודות על הצלעות AB ו-DC בהתאמה.



נתון: $DF \parallel BE$

$EB \perp BC$

הנקודה G היא אמצע הקטע EC

הוכיחו:

א. $\triangle AFD \sim \triangle BEC$

ב. BE חוצה זווית ABG

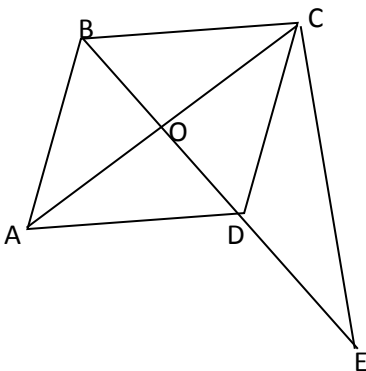
22. המרובע ABCD הוא מעוין.

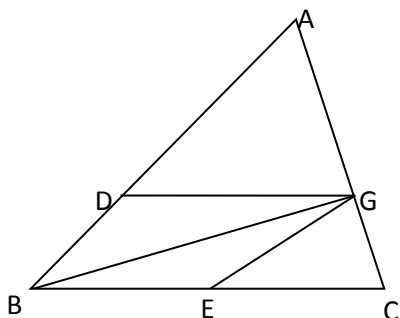
משולש ABD הוא משולש שווה שצלעות

הנקודה E על המשך האלכסון DB כך ש $DE = DB$

א. הוכיחו $BC \perp CE$

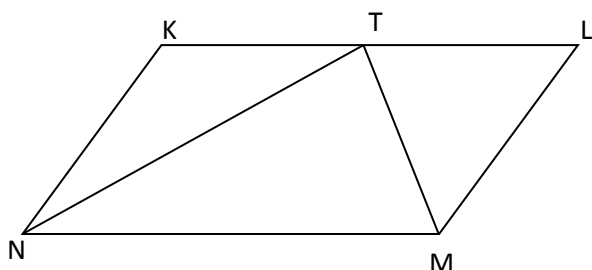
ב. נתון $BO = 3$ ס"מ. חשבו את האורך של CE.



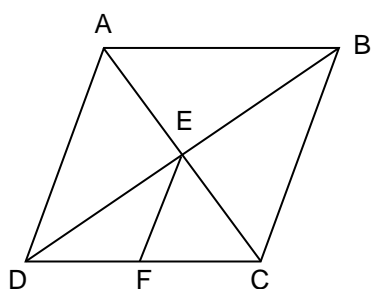


23. במשולש ABC , $BG \perp AC$, GE תיכון לצלע BC במשולש BGC
 D נקודה על AB כך שמתקיים $\sphericalangle DGB = \sphericalangle EGB$
 הוכיחו:
 א. $DG \parallel BC$
 ב. $\triangle ADG \sim \triangle ABC$

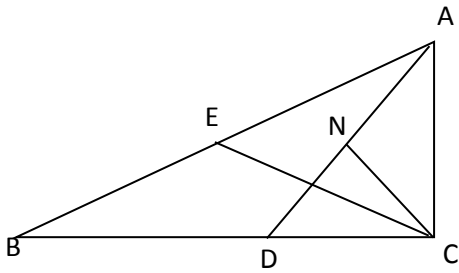
24. במקבילית $KLMN$, חוצה NT חוצה את הזווית N ונתון:



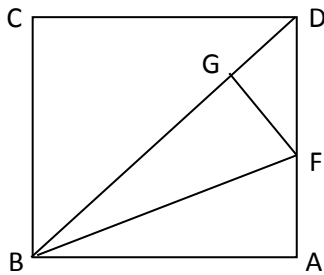
- $\sphericalangle NTM = 80^\circ$, $NT = NM$
 א. חשבו את זוויות המקבילית
 ב. הוכיחו כי TM חוצה את $\sphericalangle NTL$



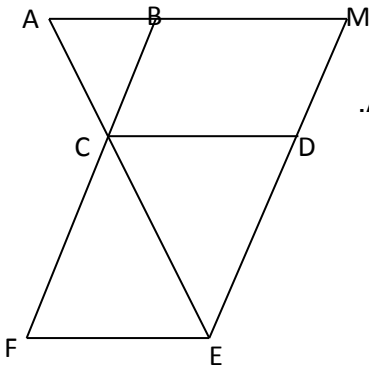
25. המרובע $ABCD$ מעוין. E נקודת הפגישה של האלכסונים.
 EF תיכון לצלע CD .
 א. הוכיחו: המרובע $EBCF$ טרפז.
 ב. נתון: $AC = 6$ ס"מ, $BD = 8$ ס"מ.
 I. חשבו את שטח המעוין, הציגו את דרך החישוב.
 II. חשבו את היקף המעוין, הציגו את דרך החישוב.
 III. היקף הטרפז הוא (סמנו את התשובה הנכונה): נמקו.
 א. 10 ס"מ ב. 14 ס"מ ג. 24 ס"מ ד. 28 ס"מ



26. נתון: $\angle ACB = 90^\circ$
 $BD = AD$, $NA = ND$
 CE תיכון ל- AB
 הוכיחו: CE חוצה $\angle NCD$



27. BD הוא אלכסון בריבוע $ABCD$.
 הקטע BF חוצה את הזווית $\angle ABD$
 הקטע FG מאונך לאלכסון BD
 הוכיחו: $GD = AF$



28. נתון: $CDEF$ מקבילית
 הקטע CA הוא המשך CE , הקטע BC הוא המשך CF
 הקטע DM הוא המשך DE החותך בנקודה M את המשך AB .
 $BC = AC$, $CE = CF$
 הוכיחו: $AMDC$ טרפז שווה שוקיים.
 מצאו משולשים דומים ונמקו.

29. נקודה D נמצאת על הצלע AC של משולש ABC
 כך ש- $BC = BD$.

הנקודה C היא אמצע הקטע BE .

נתון: $EF = AB$.

הוכיחו: $\angle ABD = \angle CEF$

